

「はじめての微分方程式」シリーズ 第1回 微分方程式とはどんなもの？

現在の58回生が学んできた新課程教育課程はゆとりの教育政策で内容が非常に薄くなっているとのニュースがよく流されている。しかし、57回生が学んできた前教育課程の場合も、その前々教育課程と比較して内容が薄くなってきていたのも事実だ。その1つに、前々回の教育課程では学んできた「微分方程式」がある。微分方程式は理系大学の専門教育において頻りに登場する「数学」の分野の一つであり、専門教育では欠かせない知識である。この数学が高校から無くなって早10年が過ぎ、大学生全体のレベルが下がってしまったといわれている。昔の高校生が習っていたものだから、現在の高校生で理解できないはずがない。先日、京都大学、東京大学が揃って、「微分方程式を入試で出題することを制限しない」との発表があった。高校の教科書に載っていない大学入試では出題するといっているのである。

微分方程式をマスターする方法 「教科書」を入手する

微分方程式は決して難しくはない！ ただし、微分・積分をしっかりと理解していないと分からないだけで、恐れるほどのことはない。前提条件の微分・積分をマスターすることは各自が力を注いで達成してほしい。それが基本条件だからしかたがない。

次に必要なことは「簡単な教科書」を入手することだ。幸い、各出版社から、この微分方程式を学習するための「教科書」が発売されようとしている。旧課程の教科書の復刻版である。その次にすることは、この講座をしっかりと見て微分方程式というものを理解すればよい。

微分方程式をマスターする方法 「微分・積分の考え方」を理解する

微分ではどのようなことを学習してきたのか？ 振り返ってみよう。微分とは変数が僅かに変化したとき (x が $x + \Delta x$ に変化)、関数の値 ($y = f(x)$) の変化 $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$ が、変数の変化 Δx どのようになるかの割合 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ で、これの極限值が微分係数に結びつく。「微分係数とは変数の変化に対する関数の値の変化の割合」という考えが重要で、微分公式を使って計算しているだけの人は微分の意味をまったく理解していないケースが多い。

グラフで考えると、微分係数とは「グラフの傾き」であり、これは理解しやすい。

[例] グラフの傾きが x に比例するようなグラフとはどのようなグラフであるか。

$y = f(x)$ とすると、 x でのグラフの傾きは kx (k は比例定数) とする。

グラフの傾きは微分係数でもあるから、このグラフの関数では $y' = \frac{df(x)}{dx} = kx$ という関係式が成立する。

上の関係式は **微分関数を含んだ方程式** で、このような形の方程式を「**微分方程式**」と呼ぶことにする。また、微分方程式の関数がどのような関数かを求める作業を「**微分方程式を解く**」と呼ぶ。

[例] 上の微分方程式 $y' = \frac{df(x)}{dx} = kx$ を解きなさい。

両辺を x で積分して、この微分方程式は解ける。

$$\int \frac{dy}{dx} dx = \int kx dx \quad (1)$$

(1)の積分をそれぞれ行くと、左辺、右辺は次のようになる。

$$\int \frac{dy}{dx} dx = y + C \quad \int kx dx = \frac{1}{2} kx^2 + C$$

なお、 C は積分定数である。以上をまとめると次のようになる。

$$y = \frac{1}{2} kx^2 + C \quad (2)$$

この結果から、「グラフの傾きが x に比例するようなグラフ」は放物線であることが分かる。

これらを見ると「微分方程式といっても難しくない」と感じた人が多いのではないだろうか。微分・積分が分かっておれば単なる技術的な問題だけ済んでしまうのだ。