

微積分学を用いた物理学 ～電磁ブレーキ(回生ブレーキ)～

電車は電気エネルギーを使った乗り物である。電車が動き出すとき、モーターによって電気エネルギーを運動エネルギーに変える。電車が停止するとき、ブレーキをかけて停止するのだが、ブレーキには力学的原理に基づくものと、電磁気学理論に基づくものの2つが存在する。

力学的なものは「摩擦力」を利用したもので、自動車や自転車に見られる普通のブレーキだ。電車の場合、後者が多く使われる。このブレーキは、モーターを使った「電磁ブレーキ」というブレーキシステムである。

「電磁ブレーキ」とは名前の通り、ブレーキをかけて失われる運動エネルギーを電磁気学を利用して電気エネルギーに変換するブレーキである。

モーターは磁界の中に置かれた電線に電流を流し、磁界から電流が受ける力(フレミングの左手の法則)を利用する。この仕組みを逆用して、磁界中を電線が動くときに電線の両端に起電力が発生する「電磁誘導の法則」を利用して、運動エネルギーを電気エネルギーに変換する。変換された電気エネルギーは再利用したり、抵抗で消費させたりするものである。

電磁ブレーキの理論

磁束密度 B の磁界の中を長さが l の電線が速さ v で動くとき、電線の両端に生じる誘導起電力は $V = vBl$ である(互いの向きは 90 度であるとき)。この誘導起電力による電圧で抵抗に電流を流してエネルギーを消費するブレーキ(電磁ブレーキ)を考える。このブレーキにより電車がどのように速度変化するかを求めてみよう。

電車の初速度を V_0 、時刻 t のときの速度を V 、電車の速度と電磁ブレーキ内の電線の速度は比例し、 $v = kV$ であるとしよう。電磁ブレーキ内の電線の長さを l 、エネルギーを消費する抵抗器の抵抗値を R とするとき、時刻 t から、微小時間 Δt の間では、抵抗器に流れる電流は $I = \frac{kVBl}{R}$ であるので、消費電力は $\frac{k^2 V^2 B^2 l^2}{R}$ になる。よって、運動エネルギー減少分が $\frac{1}{2}M(V + \Delta V)^2 - \frac{1}{2}MV^2 = -\frac{k^2 V^2 B^2 l^2}{R} \cdot \Delta t$ である。微小量の2乗は無視できるので、

$$MV\Delta V = -\frac{k^2 V^2 B^2 l^2}{R} \cdot \Delta t \text{ だから、 } \frac{dV}{dt} = -\frac{k^2 VB^2 l^2}{MR} \text{ が成立する。これより、変数分離して、}$$

$\frac{dV}{V} = -\frac{k^2 B^2 l^2}{MR} dt$ だから、両辺積分して $\log|V| = -\frac{k^2 B^2 l^2}{MR} t + C$ になる。初期条件を代入して積分定数を求めると $C = \log|V_0|$ である。以上より、 $\log|V| = -\frac{k^2 B^2 l^2}{MR} t + \log V_0$ が成

立する。対数関数を外して、電車が止まるまでの速度の変化関数を求めると $V = V_0 \cdot e^{-\frac{k^2 B^2 l^2}{MR} t}$ となる。このような関数になるのだから、回生ブレーキだけでは (a)電車の運転は出来ないことになる。よって、電車制御は電磁ブレーキと摩擦力によるブレーキの併用で行われているのだ。

問 回生ブレーキ(電磁ブレーキ)だけでは電車の運転はできないと下線部(a)に書かれている。なぜ電車の運転が出来ないのか、その理由を分かりやすく説明しなさい。

問 回生ブレーキ(電磁ブレーキ)だけでは電車の運転はできないと下線部(a)に書かれている。

なぜ電車の運転が出来ないのか、その理由を分かりやすく説明しなさい。