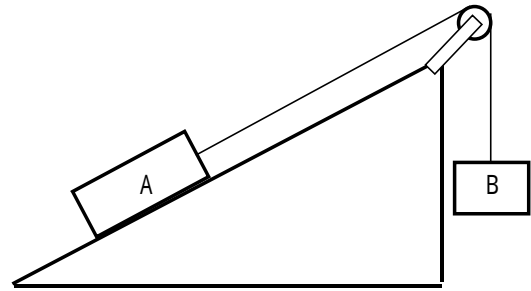


復習小テスト 運動方程式 第 11 回目 ( )組( )番 氏名( )

質量  $M$  [kg] の物体 A が傾斜角  $\theta$  の粗い斜面の上に乗っている。物体 A には糸がつけられ、滑車を通して質量  $m$  [kg] の物体 B をぶら下げた。静かに手を離れた後の物体 A は斜面を下り、物体 B は上に上がり始めた。このときの加速度  $a$  [ $\text{m/s}^2$ ] と糸の張力  $T$  [N] を求めなさい。ただし、物体 A と台の間の静止摩擦係数は  $\mu$ 、動摩擦係数は  $\mu'$ 、重力加速度を  $g$  [ $\text{m/s}^2$ ] とする。



(1) 物体 A 運動方程式を作りなさい。

重力の斜面平行方向の分力

重力の斜面垂直方向の分力

垂直抗力

動摩擦力

運動方程式

(2) 物体 B の運動方程式を作りなさい。

運動方程式

(3) 両物体の加速度を求めなさい。

(4) 両物体を静かに乗せたとき物体が静止するためには、両物体の質量の比  $\frac{m}{M}$  にどのような条件が必要になるか。物体が静止する 「静止摩擦力は最大摩擦力を超えない」を考えればよい。

斜面上の物体Aについて

斜面向下に動くとする(文字定数であるためどちらとも言えない) 斜面向下向きを正としておく。

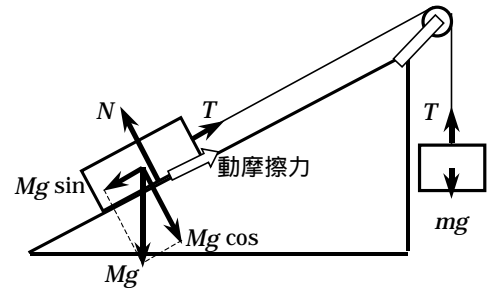
動く方向(斜面に平行)と垂直(斜面に垂直)に力を分解する。

重力  $M$  [kgw] 斜面に平行な方向成分  $Mg \sin \theta$  [N]、  
斜面に垂直方向成分  $Mg \cos \theta$  [N]

糸の張力  $T$  [N] (未知数、斜面上向き)

垂直抗力  $N$  [N] =  $Mg \cos \theta$  [N]

動摩擦力  $F' = \mu' N = \mu' Mg \cos \theta$  [N] (斜面上向き)



動く方向の力の合力で運動方程式を作る。

斜面向下向きが正だから 加速度を  $a$  [ $m/s^2$ ] として、 $Mg \sin \theta - T - \mu' Mg \cos \theta = Ma \dots(a)$

右の物体Bについて

糸につながっているのだから、鉛直上向きに動くから 鉛直上向きを正とする。

動く方向に平行と垂直の二つの方向に力を分解する。

重力  $m$  [kgw] 鉛直方向成分  $-mg$  [N]、垂直方向成分  $0$  [N]、糸の張力  $T$  [N] (未知数)

動く方向の力の合力で運動方程式を作る。

鉛直上向きが正、斜面の物体と加速度は同じだから  $a$  [ $m/s^2$ ] として、 $T - mg = ma \dots(b)$

運動方程式を解く。

$Mg \sin \theta - T - \mu' Mg \cos \theta = Ma \dots(a)$ 、 $T - mg = ma \dots(b)$  であるから、

(a) + (b) より、 $Mg \sin \theta - mg - \mu' Mg \cos \theta = (m + M)a$  だから、

加速度は  $a = \left\{ \frac{M(\sin \theta - \mu' \cos \theta) - m}{M + m} \right\} g$  [ $m/s^2$ ]、糸の張力は  $T = \frac{(\sin \theta - \mu' \cos \theta + 1)mMg}{M + m}$  [N]

静止するためにはどのような条件がいるのか？

物体Aが上に滑らないために(上に滑ろうとする場合)

静止摩擦力は「下向き」である。静止摩擦力を  $f$  [N] とすると、

物体Aのつりあいの条件から、 $T - Mg \sin \theta - f = 0 \dots(1)$   $N - Mg \cos \theta = 0 \dots(2)$

物体Bのつりあいの条件から、 $T - mg = 0 \dots(3)$

静止摩擦力の条件より、 $f < \mu N \dots(4)$

(1)~(4)より、 $mg - Mg \sin \theta < \mu Mg \cos \theta$  だから、 $\frac{m}{M} < \mu \cos \theta + \sin \theta$

物体Aが下に滑らないために(下に滑ろうとする場合)

静止摩擦力は「上向き」である。静止摩擦力を  $f$  [N] とすると、

物体Aのつりあいの条件から、 $T - Mg \sin \theta + f = 0 \dots(1)$   $N - Mg \cos \theta = 0 \dots(2)$

物体Bのつりあいの条件から、 $T - mg = 0 \dots(3)$

静止摩擦力の条件より、 $f < \mu N \dots(4)$

(1)~(4)より、 $Mg \sin \theta - mg < \mu Mg \cos \theta$  だから、 $\sin \theta - \mu \cos \theta < \frac{m}{M}$

どちらにも滑らないのだから、 $\sin \theta - \mu \cos \theta < \frac{m}{M} < \sin \theta + \mu \cos \theta$  であればよい。