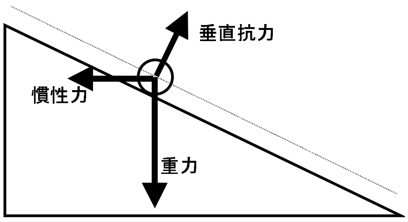
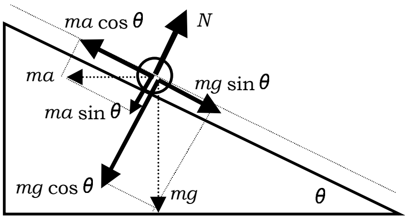
運動方程式 中級⑥ の解答



右図のような、水平面とθの角をなす滑らかな斜面AB上を運動する質量mの小粒子を考える。この粒子は、はじめA点に静止している。斜面ABを、図のX方向に一定の加速度aで動かすと、粒子は斜面を上りはじめる。斜面を動かしはじめてより、t_0秒後には、粒子は斜面上の点Pに達する。その直後に台の加速度をゼロにする(等速運動)。粒子はさらに運動を続けるが、やがてQ点に達し、斜面を下りはじめる。以上の運動について下の各問に答えなさい。 (大阪市大)



① 斜面台から見た小粒子の運動を考える。斜面台が加速度 a で右に動くとき、小物体は**左向きの「慣性力」を受ける**ことがキーワードになる。

小粒子は重力、垂直抗力、慣性力を受けるので、斜面上向きの力は $f = ma\cos\theta - mg\sin\theta$、垂直抗力は $N = mg\cos\theta + ma\sin\theta$ である。斜面を登るためには $f > 0$ であればよいので、$a > g\tan\theta$ であればよい。

② APの長さをl として 時間t_0と AQの長さを求めなさい。

斜面から見た小粒子の加速度αは、運動方程式 $ma\cos\theta - mg\sin\theta = m\alpha$ より、$\alpha = a\cos\theta - g\sin\theta$ である。等加速度運動の公式より、$l = \dfrac{1}{2}(a\cos\theta - g\sin\theta)t_0^2$ である。台が等速運動になったときの運動は、加速度が $\alpha' = -g\sin\theta$ 、台が等速になったとき、台から見た小粒子の速度は $v_0 = (a\cos\theta - g\sin\theta)t_0$ である。その後は加速度が $\alpha' = -g\sin\theta$ の等加速度運動であるので、最高点に達するまでに更に進む距離 x は、$0^2 - \{(a\cos\theta - g\sin\theta)t_0\}^2 = 2(-g\sin\theta)x$ より求めると、$x = \dfrac{(a\cos\theta - g\sin\theta)^2 t_0^2}{2g\sin\theta}$ である。したがって、APの長さは $l + x$ であるので、$\dfrac{1}{2}(a\cos\theta - g\sin\theta)t_0^2 + \dfrac{(a\cos\theta - g\sin\theta)^2 t_0^2}{2g\sin\theta} = \dfrac{a\cos\theta(a\cos\theta - g\sin\theta)t_0^2}{2g\sin\theta}$ である。

③ Qに達した直後に台を静止させたあと、物体はどのような運動をするか。Qに達したとき、台、小粒子の速度は、ともに$V = at_0$で、水平方向に進んでいる。したがって、台が静止すると、小粒子は水平投射運動になる。

加速度を持ったものから見た運動方程式の作り方

① ひとつの物体に注目し、その物体に働く力を考える。
② **加速度を持つ物体から見た運動では「慣性力」が働くことを忘れない。**
③ 運動する向きを正の向きとして力の合力を求める。
④ その合力をFに、注目した物体の質量をmに、加速度をa代入する。
⑤ 以下、普通の運動方程式と同じだ。