

※ 特に指示の無い場合、重力加速度は $9.8[m/s^2]$ としなさい。

運動方程式のポイント

- ① 二つの物体の間の摩擦力は「作用・反作用の法則」による反対向きの摩擦力があるので注意する。
- ② 摩擦力の向きは互いの物体がずれようとする向きと反対向きになる。
- ③ 摩擦力を含めて、運動方程式をいつものように作れば良い。

(1) 質量 $M[kg]$ の薄い板の上に質量 $m[kg]$ の小物体が乗っている。床と板との間の摩擦は無視してよいが、小物体と板の間には静摩擦係数が μ 、動摩擦係数が μ' の無視できない摩擦がある。この板と小物体についての運動を考えなさい。また、重力加速度を $g[m/s^2]$ とする。



A. 板を力 $F [N]$ で右に引いたとき、小物体は板の上を滑らずに一体となって運動した場合

右向きを正とし、小物体、板の加速度を $a [m/s^2]$ 、小物体と板の間の摩擦力を $f [N]$ とする。

- ◆ 小物体に働く力は、**摩擦力が右向き**(この向きが分かり難い)、**重力が下向き**、**垂直抗力が上向き**(重力と垂直抗力は釣り合う)
→ 小物体の運動方程式は、[] である。
- ◆ 板に働く力は、**板を引く力は右向き**、**小物体と板の間の摩擦力は左向き**(この向きが分かり難い)、**重力は下向き**、**床からの垂直抗力は上向き**である。
→ 板の運動方程式は[] である。

この連立方程式を未知数 f, a について解くと、 $f = [] [N]$ 、 $a = [] [m/s^2]$ である。しかし、このときの摩擦力 f は静摩擦力であるので、最大摩擦力を超えることは出来ない。この条件から、板を引く力 F には制限があることがわかる。板を引く力が [] を超えると、小物体は板の上を滑り出すことになる。

B. 板を力 $F' [N]$ で右に引いたとき、小物体は板の上を滑りながら運動する場合

小物体の加速度 $a_1 [m/s^2]$ 、板の加速度を $a_2 [m/s^2]$ 、小物体と板の間の摩擦力を $f' [N]$ とし、右向きを正とする。

- ◆ 小物体に働く力は、**摩擦力が右向き**、**重力が下向き**、**垂直抗力が上向き**(重力と垂直抗力は釣り合う)
→ 小物体の運動方程式は、[] である。
- ◆ 板に働く力は、**板を引く力は右向き**、**小物体と板の間の摩擦力は左向き**、**重力は下向き**、**床からの垂直抗力は上向き**である。
→ 板の運動方程式は[] である。

この連立方程式を未知数 f, a について解くと、

摩擦力 $f' = [] [N]$ 、小物体の加速度 $a_1 = [] [m/s^2]$ 、板の加速度 $a_2 = [] [m/s^2]$ 。

(2) 板を引く力がいくらになったときに小物体は板の上を滑り出すか。そのとき板を引く力を求めなさい。

※運動方程式 初歩⑤の答え※ (1) $20[N]$ 、 $24[N]$ 、 $40 - 7.8 = 4a$ 、 $8.1[m/s^2]$ ($8 [m/s^2]$ でも可)

(2) $T - 0.2 \times 4 \times 9.8 = 4a$ 、 $40 \times 9.8 - T = 40a$ 、 $a = 8.7[m/s^2]$ 、 $T = 44[N]$

運動方程式 初歩⑥ (解説) 運動方程式のハイレベルに挑戦!

※ 特に指示の無い場合、重力加速度は $9.8[m/s^2]$ としなさい。

摩擦力が含まれる運動方程式のポイント

- ① 二つの物体の間の摩擦力は「作用・反作用の法則」による反対向きの摩擦力があるので注意する。
- ② 摩擦力の向きは互いの物体がずれようとする向きと反対向きになる。
- ③ 摩擦力を含めて、運動方程式をいつものように作れば良い。

(1) 質量 M [kg] の薄い板の上に質量 m [kg] の小物体が乗っている。床と板との間の摩擦は無視してよいが、小物体と板の間には静摩擦係数が μ 、動摩擦係数が μ' の無視できない摩擦がある。この板と小物体についての運動を考えてみよう。また、重力加速度を g [m/s²] としなさい。

A. 板を力 F [N] で右に引いたとき、小物体は板の上を滑らずに一体となって運動する場合

板と物体は滑らないので摩擦力は静摩擦力である。小物体、板の加速度を a [m/s²]、小物体と板の間の静摩擦力を f [N] とし、右向きを正とする。ただし、「静摩擦力は最大摩擦力を超えない！」

小物体に働く力は、静摩擦力が右向き(この向きが分かり難い)、重力が下向き、垂直抗力が上向きで、重力と垂直抗力は釣り合うので、運動方程式は、 $[f = ma] \dots \textcircled{1}$ である。板に働く力は、板を引く力は右向き、小物体と板の間の静摩擦力は左向き(この向きが分かり難い)、重力は下向き、床からの垂直抗力は上向きである。運動方程式は $[F - f = Ma]$ である。この連立方程式を未知数 f, a について

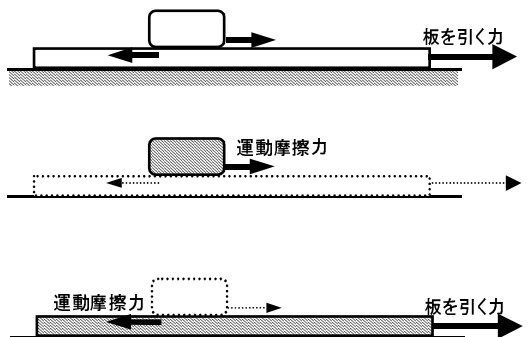
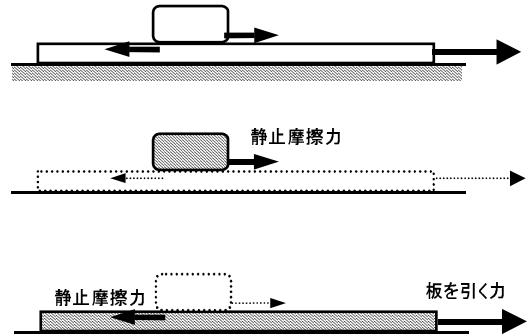
解くと、 $f = [\frac{mF}{M+m}]$ [N]、 $a = [\frac{F}{M+m}]$ [m/s²] である。ただし、この摩擦力 f は静摩擦力であるので、最大摩擦力を超えることは出来ない。この条件から、板を引く力 F には制限があることがわかる。条件は $f \leq \mu mg \dots \textcircled{3}$ である。

したがって、 $f = \frac{mF}{M+m} \leq \mu mg$ だから、引く力 F が $F = \mu(M+m)g$ になったとき、物体は板の上を滑り出す。

B. 板を力 F' [N] で右に引いたとき、小物体は板の上を滑りながら運動する場合

板の上を物体がすべるので運動摩擦力になる。小物体の加速度 a_1 [m/s²]、板の加速度を a_2 [m/s²]、小物体と板の運動摩擦力を f' [N] とし、右向きを正とする。小物体に働く力は、摩擦力が右向き、重力が下向き、垂直抗力が上向きで、重力と垂直抗力は釣り合うので、運動方程式は、 $[f' = ma_1] \dots \textcircled{1}$ である。板に働く力は、板を引く力は右向き、小物体と板の間の摩擦力は左向き。運動方程式は $[F' - f' = Ma_2] \dots \textcircled{2}$ である。運動摩擦力の公式より、 $f' = \mu' mg$

である。この連立方程式を未知数 a_1, a_2 について解くと $a_1 = [\mu' g]$ [m/s²]、 $a_2 = [\frac{F' - \mu' mg}{M}]$ [m/s²] である。



※運動方程式 初歩⑤の答え※ (1) 20[N]、24[N]、 $40 - 7.8 = 4a$ 、 $8.1[m/s^2]$ ($8 [m/s^2]$ でも可)
 (2) $T - 0.2 \times 4 \times 9.8 = 4a$ 、 $40 \times 9.8 - T = 40a$ 、 $a = 8.7[m/s^2]$ 、 $T = 44[N]$