

交流回路 応用 () 組 () 番 氏名 ()

交流回路計算法

リアクタンス → 交流における抵抗のような働きをするもの

コイルのインダクタンス → 電流変化と逆起電力間の比例定数。

単位と定義

公式 コイルに流れる電流を I [A]、コイルのインダクタンスを L [H] とすると、逆起電力は $V = -L \frac{dI}{dt}$

コイルのリアクタンス → リアクタンスの単位は $[\Omega]$ (オーム) である。慣例として変数名には Z を使う。

コイルに交流 $V = V_0 \sin \omega t$ (ただし、 $\omega = 2\pi f$) をかけたときに流れる電流は $I_L = \frac{V_0}{\omega L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ になる。

オームの法則 $I = \frac{V}{R}$ との連想より「リアクタンス」(交流における抵抗の働きをする物理量) は $Z = \omega L$ $[\Omega]$ である。

コイルに流れる電流

位相のずれ

大きさ

初級 インダクタンスが 10 [mH] のコイルに、 5.0 [V]、振動数 100 [MHz] の交流を流してやった。次の各問いに答えなさい。(注 交流電圧と一般にいったときは実効値を示す)

- (1) この交流電圧の最大値を求めなさい。
- (2) このときのコイルのリアクタンスを求めなさい。
- (3) このとき、コイルに流れる電流を求めなさい。

中堅 インダクタンスが L [H] のコイルと抵抗 R $[\Omega]$ を並列に接続した回路に、振動数が f [Hz]、電圧の最大値が V_0 [V] の交流電圧 $V = V_0 \sin 2\pi ft$ をかける。このときに流れる電流を $I = I_0 \sin(2\pi ft + \delta)$ とし、て次の各問いに答えなさい。

- (1) 抵抗の両端の電圧を求めなさい。
- (2) コイルの両端の電圧を求めなさい。
- (3) コイルと抵抗の直列接続回路の電圧 = 電源電圧 として、電流の最大値 I_0 、位相のずれ δ を求めなさい。

リアクタンス → 交流における抵抗のような働きをするもの

コイルのインダクタンス → 電流変化と逆起電力間の比例定数。

定義 コイルに流れる電流の時間変化に比例した逆起電力が発生する。この比例定数をコイルのインダクタンスという。インダクタンスの単位は [H] (ヘンリー) であり、1[H]とは 1 秒間に 1[A]の電流変化があるとき、コイルに発生する逆起電力が 1[V]であるコイルのインダクタンスのこと。

公式 コイルに流れる電流を I [A]、コイルのインダクタンスを L [H]とすると、逆起電力は $V = -L \frac{dI}{dt}$

コイルのリアクタンス → リアクタンスの単位は [Ω] (オーム) である。慣例として変数名には Z を使う。

コイルに交流 $V = V_0 \sin \omega t$ (ただし、 $\omega = 2\pi f$) をかけたときに流れる電流は $I_L = \frac{V_0}{\omega L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ になる。

オームの法則 $I = \frac{V}{R}$ との連想より「リアクタンス」(交流における抵抗の働きをする物理量) は $Z = \omega L$ [Ω] である。

まとめ コイルのリアクタンス $Z = \omega L$ [Ω] 電流の位相のずれ -90° 交流のオームの法則 $I = \frac{V}{Z}$

初級 インダクタンスが 10[mH]のコイルに、5.0[V]、振動数 100[MHz]の交流を流したときの電流を求める。
(注 交流電圧と一般にいうときの数値は電圧の実効値のことである)

- (1) 交流電圧の実効値 V_e と最大値 V_0 の関係は $V_0 = \sqrt{2}V_e$ であるので、 $V_0 = 5\sqrt{2} = 7.07$ だから、7.1[V]
- (2) コイルのリアクタンスの公式は $Z = \omega L$ である。また、交流の角振動数の公式 $\omega = 2\pi f$ であるので、
 $Z = 2 \times 3.14 \times (100 \times 10^6) \times (10 \times 10^{-3}) = 6.28 \times 10^6$ だから、6.3[M Ω] である。
- (3) コイルに流れる電流(実効値)は オームの法則 $V = IZ$ より $I = 5 \div (6.3 \times 10^6) = 0.793 \times 10^{-6}$ であるので、0.80 [μ A]になる。(電圧と同様に、コイルに流れる電流の最大値は実効値の $\sqrt{2}$ 倍)

中堅 インダクタンスが L [H]のコイルと抵抗 R [Ω]を並列に接続した回路に、振動数が f [Hz]、電圧の最大値が V_0 [V]の交流電圧 $V = V_0 \sin 2\pi ft$ をかける。このときに流れる電流を $I = I_0 \sin(2\pi ft + \delta)$ として次の各問いに答えなさい。

- (1) オームの法則 $V = IR$ より、抵抗の両端の電圧は $V = I_0 R \sin(2\pi ft + \delta)$ [V]である。
- (2) コイルの電流の位相は電圧の位相から 90 度遅れるので、逆に電圧の位相は電流より 90 度進んでいることになる。また、コイルのリアクタンスは $Z = \omega L = 2\pi fL$ だから、 $V = IZ$ より、コイルの電圧は $V = 2\pi fLI_0 \sin\left(2\pi ft + \delta + \frac{\pi}{2}\right)$ になる。したがって、 $V = 2\pi fLI_0 \cos(2\pi ft + \delta)$ [V]である。

(3) コイルの電圧と抵抗の電圧の和(直列接続回路の電圧) = 交流電源電圧 になるので、(1)、(2)の結果を代入して $I_0 R \sin(2\pi ft + \delta) + 2\pi fLI_0 \cos(2\pi ft + \delta) = V_0 \sin 2\pi ft$ になる。 $a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \alpha)$

(ただし、 $\tan \alpha = \frac{a}{b}$) の公式を使って、左辺をまとめると、 $\sqrt{(I_0 R)^2 + (2\pi fLI_0)^2} \sin(2\pi ft + \delta + \alpha) = V_0 \sin 2\pi ft$

になる。これより、 $I_0 \sqrt{R^2 + (2\pi fL)^2} = V_0$ かつ $\delta + \alpha = 0$ だから、電流の最大値 $I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (2\pi fL)^2}}$ [A]、

位相のずれ δ は $\tan \delta = -\frac{2\pi fL}{R}$ を満たす値になる。