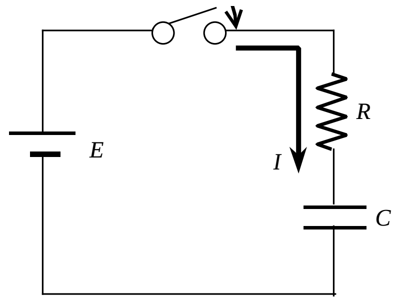
コンデンサーを含む直流回路　　　　　　　　（　　）組（　　）番　氏名　（　　　　　　　　）

コンデンサーを含む直流回路では、過渡期の現象を考慮する必要がある。

ポイント ① 十分に時間がたった後なのか　② 直後なのか　二つの場合について処理方法が異なる。

基本回路 電気容量 C [F]のコンデンサーに、抵抗 R [Ω]を直列に接続して、電源電圧 E [V]の電源に接続する。最初、コンデンサーには電荷がたまっていなかったものとして考えてみよう。

『スイッチを入れた瞬間（直後）』



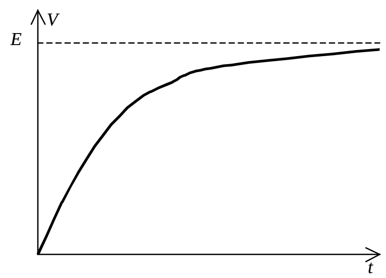
『十分に時間がたったとき』

『充電の途中ではどのようになるのだろうか』 これが解ければ、数学の力が『超高校級の実力』であることは間違いない！　（そう簡単には解けるわけがないのだよ）

参考　微積分法による説明　　※ 微分方程式という数学の技術　（詳しい話は数学の先生に聞いてみるとよい）

コンデンサーの電圧が V であるとき、抵抗の両端の電圧は $E-V$ である。 オームの法則より、$E-V=IR$ であるから、電流は $I=\dfrac{E-V}{R}$ ･･･① であり、充電が進む（コンデンサーの電圧が増加する）につれて電流が小さくなり、コンデンサーの電圧が電池の電圧 E に等しくなったとき、電流はゼロになる（充電が完了する）ことが分かる。

では、微積分法を用いて厳密に計算してみよう。 コンデンサーの公式より、$Q=CV$ ･･･②、また、電流の定義式 $I=\dfrac{dQ}{dt}$ ･･･③ が成立する。①、②、③より、$\dfrac{CdV}{dt}=\dfrac{E-V}{R}$ になるので、変数 V、t について変数分離形にすると、$\dfrac{dV}{E-V}=\dfrac{dt}{CR}$ になる。 これを両辺積分すると、$\displaystyle\int\frac{dV}{E-V}=\int\frac{dt}{CR}$ になる。したがって、$-\log|E-V|=\dfrac{t}{CR}+K$（$K$ は積分定数）になる。また、$E-V>0$ であることは明らかだから、log をはずすと、$E-V=e^{-\frac{1}{CR}t-K}$ だ。 ここで、積分定数 K を決めてしまおう。初期条件（時刻 $t=0$ で、電圧はゼロ）だから、代入すると、$E-0=e^{-\frac{1}{CR}0-K}$ より、$e^{-K}=E$ になる。これより、積分定数 K を消去すると、コンデンサーの電圧は $V=E\left(1-e^{-\frac{1}{CR}t}\right)$ の関数になることが分かる。これより、コンデンサーの電圧の変化をグラフに示すと右図（指数関数のグラフ）のようになる。



問1 実際のコンデンサーの充電はどの程度の時間でなされるのだろうか。10 μF のコンデンサーに 100 オームの内部抵抗を持つ電池で充電する場合について考えてみなさい。

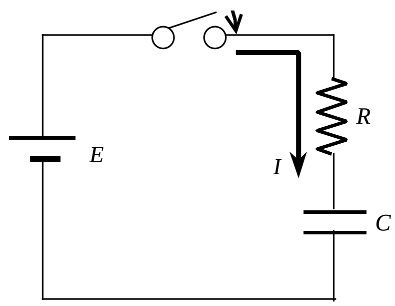
コンデンサーを含む直流回路（解説）　　（　　）組（　　）番　氏名（　　　　　　）

コンデンサーを含む直流回路では、過渡期の現象を考慮する必要がある。

ポイント　①　十分に時間がたった後なのか　②　直後なのか　二つの場合について処理方法が異なる。

基本回路　電気容量 C [F]のコンデンサーに、抵抗 R [Ω]を直列に接続して、電源電圧 E [V]の電源に接続する。最初、コンデンサーには電荷がたまっていなかったものとして考えてみよう。

『スイッチを入れた瞬間（直後）』では、電流が流れ始めただけで、コンデンサーには充電がされておらず、コンデンサーの電圧は当然ながらゼロだ。したがって、抵抗の両端には電池の電圧がかかっていることになる。オームの法則 $E = IR$ より、このとき、抵抗に流れる電流は $I = \dfrac{E}{R}$ である。



『十分に時間がたったとき』はどうだろうか。コンデンサーには十分な電気がたまり（充電が完了して）これ以上電流が流れなくなるはずだ。このとき、抵抗の電流がゼロだ。したがって、抵抗の電圧はゼロになるから、コンデンサーの電圧は電池の電圧に等しくなっているはずだ。

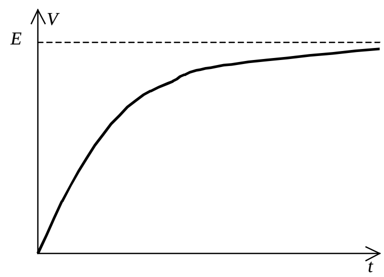
では、充電の途中ではどのようになるのだろうか。これが解ければ、数学の力が『超高校級の実力』であることは間違いない！（そう簡単には解けるわけがないのだよ）

微積分法による説明　※ 微分方程式という数学の技術（詳しい話は数学の先生に聞いてみるとよい）

コンデンサーの電圧が V であるとき、抵抗の両端の電圧は $E-V$ である。オームの法則より、$E-V=IR$ であるから、電流は $I=\dfrac{E-V}{R}$ …① であり、充電が進む（コンデンサーの電圧が増加する）につれて電流が小さくなり、コンデンサーの電圧が電池の電圧 E に等しくなったとき、電流はゼロになる（充電が完了する）ことが分かる。

では、微積分法を用いて厳密に計算してみよう。コンデンサーの公式より、$Q=CV$ …②、また、電流の定義式 $I=\dfrac{dQ}{dt}$ …③ が成立する。①、②、③より、$\dfrac{CdV}{dt}=\dfrac{E-V}{R}$ になるので、変数 V、t について変数分離形にすると、$\dfrac{dV}{E-V}=\dfrac{dt}{CR}$ になる。これを両辺積分すると、$\int\dfrac{dV}{E-V}=\int\dfrac{dt}{CR}$ になる。したがって、$-\log|E-V|=\dfrac{t}{CR}+K$（$K$ は積分定数）になる。また、$E-V>0$ であることは明らかだから、log をはずすと、$E-V=e^{-\frac{1}{CR}t-K}$ だ。ここで、積分定数 K を決めてしまおう。初期条件（時刻 $t=0$ で、電圧はゼロ）だから、これを代入すると、

$E-0=e^{-\frac{1}{CR}0-K}$ より、$e^{-K}=E$ になる。これより、積分定数 K を消去すると、コンデンサーの電圧は $V=E\left(1-e^{-\frac{1}{CR}t}\right)$ の関数になることが分かる。これより、コンデンサーの電圧の変化をグラフに示すと右図（指数関数のグラフ）のようになる。



問1　$\dfrac{V}{E}=1-e^{-\frac{1}{CR}t}$ だから、$t=CR=10\times10^{-6}\times100=10^{-3}$ [s]のとき、$1-2.718^{-1}=0.623..$ だから、電池の電圧の 62%充電済み。$t=100CR=0.1$[s]では、$1-2.718^{-100}\cong1$ だから、0.1[s]以内に充電は完了している。