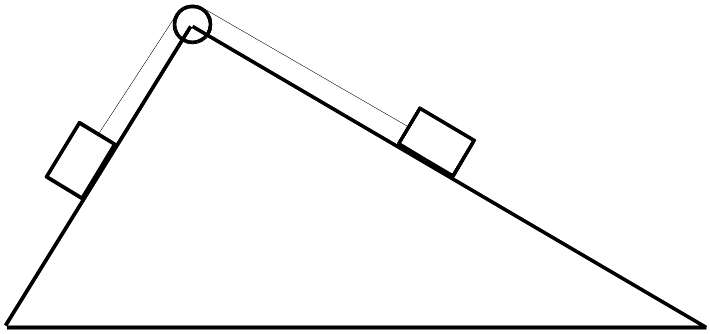
運動方程式　準上級　練習

※ ただし、重力加速度を 9.8[m/s^2] としなさい。

A)



上の図に示すような、右側の傾斜角は30°、左側の斜面の傾斜角は60°の斜面台がある。
質量 10[kg]の物体を2個軽い糸で連結し、左右の傾斜台に乗せた。摩擦は無視できるものとして、次の各問に答えなさい。

問1　右の斜面に乗っている物体に働く力を求め、糸の張力 T 、加速度 a として、この物体の運動方程式を作りなさい。

問2　左の斜面に乗っている物体に働く力を求め、糸の張力 T 、加速度 a として、この運動方程式を作りなさい。

問3　両物体はどのような運動をするのか説明しなさい。

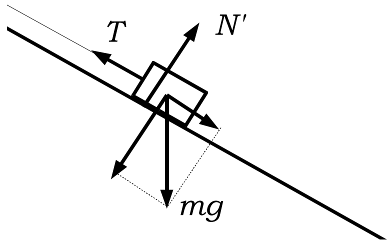
問4　左右の斜面台の物体が斜面から受ける垂直抗力を求めなさい。

B)　《上級》 A)の斜面台において、物体と斜面に摩擦力が働くとき、静かに両物体を置いたとき、滑り出さずにそのままに静止できる場合がある。このときの物体と斜面台の摩擦における摩擦係数の条件を求めなさい。

運動方程式　準上級　解説

※ ただし、重力加速度を 9.8[m/s^2] としなさい。

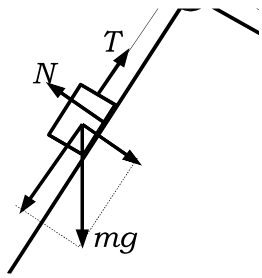
A) **《運動方程式の鉄則》の通りにすれべ全て解決するのだ！**



問1　重力が $mg=10\times9.8$ [N] だから、これを分解すると、斜面に平行な成分が下向きに $10\times9.8\times\sin30°=49$ [N] で、斜面に垂直な成分が $10\times9.8\times\sin60°=49\sqrt{3}$ [N] であり、斜面からの垂直抗力と釣り合う。物体は上に動くので、上向きを正とする。

糸の張力が T [N] より、物体の運動方程式は　$10a=T-49$ …①

問2　左の斜面（傾斜角60度）の物体についても、問1と同様にするとよい。
重力が 10×9.8 [N] だから、斜面に平行な成分が下向きに $10\times9.8\times\sin60°=49\sqrt{3}$ [N] で、斜面に垂直な成分が $10\times9.8\times\sin30°=49$ [N] であり、斜面からの垂直抗力と釣り合う。



この物体は下へ動くので、糸の張力が T [N] だから、下向きを正として物体の運動方程式を作ると　$10a=49\sqrt{3}-T$ …② である。

問3　運動方程式 ①、② より、①＋②より、$20a=49\left(\sqrt{3}-1\right)$　だから、$a=\dfrac{49\left(\sqrt{3}-1\right)}{20}=1.793..$　になる。よって、両物体の運動は、加速度 1.8 [m/s^2] で30度の斜面側の物体（左側の物体）は斜面を登り、60度の斜面側の物体（右側の物体）は滑り降りる。また、そのときの糸の張力は、$T=10a+49=17.93..+49=66.93..$ だから、67 [N] である。

問4　斜面からの垂直抗力は重力を面に垂直方向に分解した力と同じ大きさだから、60度の斜面側の物体（右側の物体）は 49 [N]、30度の斜面側の物体（左側の物体）は 85 [N] である。

B) 《上級》　**「摩擦力は動こうとする向きと反対に摩擦力が働く」**

摩擦力がどちら向きに働くか、物体が最初に滑り出す条件を考えればよい。

右の斜面の物体は下向き、左の物体は上向きの摩擦力である。左右の斜面にある物体について、それぞれの静止摩擦力（動かないとするのでつりあいの力）を f_1 、f_2 、糸の張力を T [N] として考える。

釣り合いの関係から、$T-49-f_1=0$ …①、$49\sqrt{3}-T-f_2=0$ …② を満たす。

滑らないための条件 **「静止摩擦力がそれぞれの最大摩擦力を越えない」** を満たせばよい。

静止摩擦係数を μ としたとき、最大摩擦力（公式 $F_0=\mu N$）はそれぞれ $\mu\times49\sqrt{3}$ 、$\mu\times49$ になる。よって、滑らない条件から、$f_1\leq\mu\times49\sqrt{3}$ …③、$f_2\leq\mu\times49$ …④ の2式が満たされる。

① に③、②に③を代入して、$T-49\leq49\sqrt{3}\mu$ 、かつ、$49\sqrt{3}-T\leq49\mu$　になる。この不等式を解いて、$49\sqrt{3}-49\mu\leq T\leq49\sqrt{3}\mu+49$　が滑らない条件である。この条件の範囲間に張力 T が存在できればよい（この範囲が空集合にならないこと）。したがって、$49\sqrt{3}-49\mu\leq49\sqrt{3}\mu+49$　だから、$49\left(\sqrt{3}-1\right)\leq49\left(\sqrt{3}+1\right)\mu$ 、だから、$\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}\leq\mu$ の条件になる。分母の有理化をすると、$2-\sqrt{3}\leq\mu$ だから、$\mu\geq0.2679...$ より、「静止摩擦係数が 0.27 より大きいこと」が条件になる。