

コンプトン効果(光の粒子性) ( )組( )番氏名( )

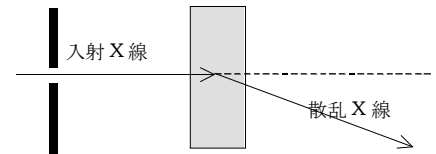
✕線を物質に当てたとき、「入射✕線光子が物質中に静止している電子と弾性衝突して、電子を飛ばした✕線光子は方向を変え散乱✕線光子となる」と考える。(いわゆる光子と電子の普通の衝突の計算に相当) エネルギー保存の法則より

$$[ \quad ] \dots \textcircled{1}$$

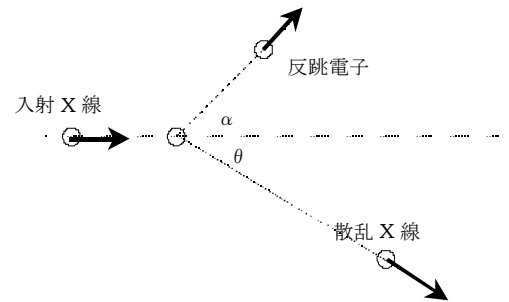
入射方向、それに垂直方向での運動量保存の法則より、

$$\text{入射方向について} [ \quad ] \dots \textcircled{2}$$

$$\text{垂直方向について} [ \quad ] \dots \textcircled{3}$$



観測できるのは✕線なので、飛ばされた電子の速度  $v$ 、その角度  $\alpha$  は測定不可能だから  $v, \alpha$  を消去する。はじめに、②、③より、まず  $\alpha$  を消去し、整理して簡単にすると



つぎに、これを①に代入して  $v$  を消去すると

また、波長と振動数の関係  $c = v\lambda$  より、振動数を波長に置き換え整理すると

これに、波長の変化が小さいので  $\lambda' - \lambda \cong 0$  のとき、 $\frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\lambda'^2 + \lambda^2}{\lambda\lambda'} = \frac{(\lambda' - \lambda)^2 + 2\lambda\lambda'}{\lambda\lambda'} \cong 2$  が成立するか

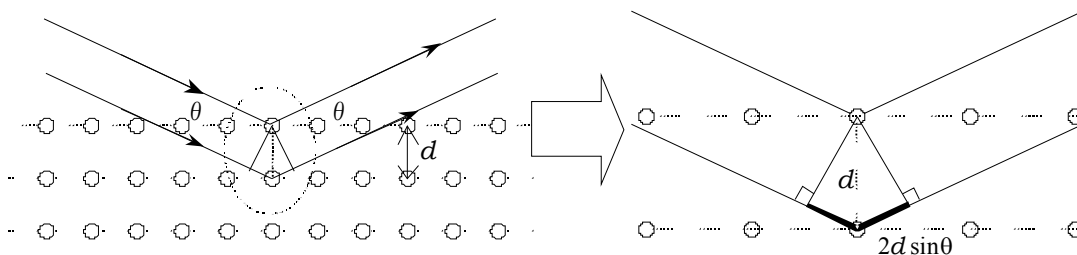
$$\text{ら } \lambda' - \lambda = \frac{h}{2mc} \left( \frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'} - 2\cos\theta \right) \cong \frac{h}{2mc} (2 - 2\cos\theta) = \frac{h}{mc} (1 - \cos\theta) \text{ となる。}$$

結論 → 散乱✕線の波長は入射✕線の波長とのずれは  $\lambda' - \lambda \cong \frac{h}{mc} (1 - \cos\theta)$  である。

洞察力養成問題 コンプトンが散乱角を 135 度とした理由を述べなさい。0 度、45 度、90 度、135 度、180 度それぞれの実験上の問題点・有利な点をあげなさい。

参考 ブラッグ反射の原理

波長の測定はブラッグ反射を用いる。上の図に示すような原子間  $d$  の結晶にブラッグ角  $\theta$  で✕線を入射させたとき、図の二つの✕線の行路差は  $2d \sin\theta$  が波長の整数倍になるとき、二つの✕線が強め合う。よって、 $2d \sin\theta = m\lambda$  ( $m$  は整数) の向きに、強い反射が起こる(ブラッグ反射という現象) → ブラッグ反射では波長の変化は無い!



コンプトン効果(光の粒子性)(解説) ( )組( )番 氏名 ( )

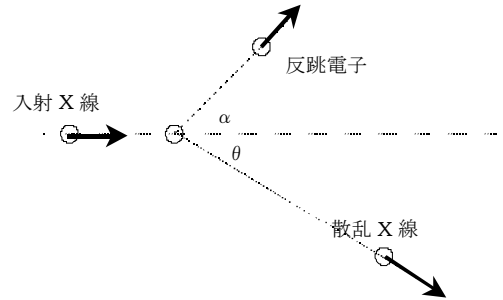
✕線が物質にあたったとき、「入射 ✕線光子が物質中に静止している電子と弾性衝突して、電子を飛ばした ✕線光子は方向を変え散乱 ✕線光子となる」と考える。(いわゆる光子と電子の普通の衝突の計算に相当) エネルギー保存の法則より

$$h\nu = h\nu' + \frac{1}{2}mv^2 \dots \textcircled{1}$$

入射方向、それに垂直方向での運動量保存の法則より、

$$\text{入射方向について } \frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos\theta + mv \cos\alpha \dots \textcircled{2}$$

$$\text{垂直方向について } 0 = \frac{h\nu'}{c} \sin\theta - mv \sin\alpha \dots \textcircled{3}$$



観測できるのは ✕線なので、電子の速度  $v$ 、反跳角度  $\alpha$  は測定不可能だから  $v, \alpha$  を消去する。はじめに、

$$\textcircled{2}, \textcircled{3} \text{より、まず } \alpha \text{ を消去すると } \left(\frac{h\nu}{c} - \frac{h\nu'}{c} \cos\theta\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c} \sin\theta\right)^2 = m^2v^2(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) \text{ である。これを}$$

$$\text{整理して簡単にすると } \frac{h^2\nu^2}{c^2} - \frac{2h^2\nu\nu'}{c^2} \cos\theta + \frac{h^2\nu'^2}{c^2} = m^2v^2 \text{ である。だから、つぎに、これを}\textcircled{1} \text{に代入して}$$

$$v \text{ を消去すると } \frac{h^2\nu^2}{c^2} - \frac{2h^2\nu\nu'}{c^2} \cos\theta + \frac{h^2\nu'^2}{c^2} = 2mh(\nu - \nu') \dots \textcircled{4} \text{ である。また、波長と振動数の関係}$$

$$c = \nu\lambda \text{ より、振動数を波長に置き換え整理すると } \frac{h}{2mc} \left(\frac{\lambda'}{\lambda} - 2\cos\theta + \frac{\lambda}{\lambda'}\right) = \lambda' - \lambda \text{ である。これに、波長}$$

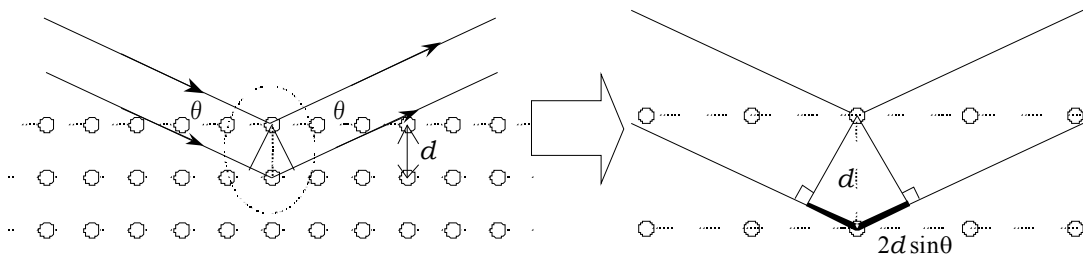
$$\text{の変化が小さいので } \lambda' - \lambda \cong 0 \text{ だから、} \frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\lambda'^2 + \lambda^2}{\lambda\lambda'} = \frac{(\lambda' - \lambda)^2 + 2\lambda\lambda'}{\lambda\lambda'} \cong 2 \text{ が成立する。したがって、}$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{2mc} \left(\frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'} - 2\cos\theta\right) \cong \frac{h}{mc} (1 - \cos\theta) \text{ となる。したがって、散乱 ✕線の波長は入射 ✕線の波}$$

$$\text{長とのずれは } \lambda' - \lambda \cong \frac{h}{mc} (1 - \cos\theta) \text{ である。}$$

洞察力養成問題 コンプトンが散乱角を 135 度とした理由を述べなさい。0 度、45 度、90 度、135 度、180 度それぞれの実験上の問題点・有利な点をあげなさい。

参考 ブラッグ反射の原理



波長の測定はブラッグ反射を用いる。上の図に示すような原子間  $d$  の結晶にブラッグ角  $\theta$  で ✕線を入射させたとき、図の二つの ✕線の行路差は  $2d \sin\theta$  が波長の整数倍になるとき、二つの ✕線が強め合う。よって、 $2d \sin\theta = m\lambda$  ( $m$  は整数) の向きに、強い反射が起こる (ブラッグ反射という現象)