

ボーアの理論

()組 ()番 氏名 ()

水素原子の電子軌道 ボーアの理論より、電子の軌道半径が $r = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m k e^2}$ (ただし、 n は自然数)、電子の速

度が $v = \frac{2\pi k e^2}{n h}$ (ただし、 n は自然数)になる。これから何がわかるのか調べてみよう。

軌道を回る電子のエネルギー(エネルギー準位)

電子が n 番目の軌道を回っているときのエネルギーを求めてみる。

1. 無限遠方をゼロとした電気力による位置エネルギーは [] である。
2. また、その軌道での電子の運動エネルギーは [] である。
3. n 番目の軌道の電子のエネルギーは [] になる。

軌道間の遷移によるエネルギーの出入り

n 番目の軌道の電子のエネルギーが $E_n = -\left(\frac{2\pi^2 m k^2 e^4}{h^2}\right) \cdot \frac{1}{n^2}$ になることから、 $n=1$ の軌道のエネルギーが小

さい(低い)。したがって、 $n=1$ の軌道を回っている安定な水素原子(基底状態)、 $n>1$ の軌道を回る活性状態(励起状態)の水素原子と区別できる。このような軌道を、 n 番目の軌道から m 番目 ($n>m$) の軌道に移動するとき、

軌道のエネルギー差 $\Delta E = E_n - E_m = []$ のエネルギーの光子を放出・吸収する。

このエネルギー差の「光子」を放出・吸収することによって軌道間を電子が移動する。これが水素原子の発光のメカニズムである。

水素原子のスペクトルの完璧な説明

水素原子から出る光とは「電子軌道の遷移」の過程で行われる光子の放出によるものになる。したがって、水素原子

のスペクトルに含まれる光の波長 λ とすると $\frac{hc}{\lambda} = \frac{2\pi^2 m k^2 e^4}{h^2} \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ になる。

理論と実験の対応

(a) 1 番目の軌道に落下するときの光は、 $\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2 m k^2 e^4}{ch^3} \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ となり、ライマンが発見した紫外線領域の水素原子スペクトル「ライマン系列」に対応している。

(b) 2 番目の軌道へ落下するときの光は $\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2 m k^2 e^4}{ch^3} \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ となり、バルマーが発見した可視光線領域の水素原子スペクトル「バルマー系列」に対応している。

(c) 3 番目の軌道に落下するときの光は、 $\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2 m k^2 e^4}{ch^3} \cdot \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ となり、パッシェンが発見した赤外線領域の水素原子スペクトル「パッシェン系列」に対応している。

「ボーアの理論の考え方」を他の原子に当てはめて考えると、「原子は固有の光を出す」ことを示している。このことは、「原子から出る光を分析すると、その原子の種類を判定できる」ことを示している。試料を傷つけることなく元素分析(非破壊検査)のための有効な手段「原子吸光分析法」、「原子蛍光分析法」の原理がこれである。また、遠く離れた惑星や恒星に存在する元素が「そこからやってくる光のスペクトル分析」から分かることも示している。これは天文学などで利用されている重要な技術である。

ボーアの理論 (解説)

() 組 () 番 氏名 ()

水素原子の電子軌道 ボーアの理論より、電子の軌道半径が $r = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m k e^2}$ (ただし、 n は自然数) 限定されていることを示した。これが何を意味するのか、どのような結果を生み出すのか、を考えてみる。

軌道のエネルギー(エネルギー準位)

電子が n 番目の軌道を回っているときのエネルギーを求めてみよう。無限遠方をゼロとした電気力による位置エネルギーは $U = -k \frac{e^2}{r} = -\frac{4\pi^2 m k^2 e^4}{n^2 h^2}$ である。また、クーロン力と遠心力がつりあうことから、 $k \frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$ が成

立する。したがって、その軌道での電子の運動エネルギーは $K = \frac{1}{2} mv^2 = k \frac{e^2}{2r} = \frac{2\pi^2 m k^2 e^4}{n^2 h^2}$ である。したが

って、 n 番目の軌道の電子のエネルギーは $E_n = U + K = -\frac{2\pi^2 m k^2 e^4}{n^2 h^2} = -\left(\frac{2\pi^2 m k^2 e^4}{h^2}\right) \cdot \frac{1}{n^2}$ になる。

軌道間の遷移によるエネルギーの出入り

n 番目の軌道の電子のエネルギーが $E_n = -\left(\frac{2\pi^2 m k^2 e^4}{h^2}\right) \cdot \frac{1}{n^2}$ になることから、 $n=1$ の軌道のエネルギーが小

さい(低い)。したがって、安定な水素原子(基底状態)の電子は $n=1$ の軌道を回っていることになる。 $n>1$ の軌道を回るときは水素原子が活性(励起状態)であることを示している。また、 n 番目の軌道から m 番目($n>m$)の軌道に移

動するとき、 $\Delta E = E_n - E_m = \left(\frac{2\pi^2 m k^2 e^4}{h^2}\right) \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ のエネルギーが放出される。したがって、電子が軌道

を変えるとき、このエネルギー差の「光子」を放出・吸収することによって軌道間を移動することができる。

水素原子のスペクトルの完璧な説明

水素原子から出る光とは「電子軌道の遷移」の過程で行われる光子の放出によるものになる。したがって、水素原

子のスペクトルに含まれる光の波長 λ は $\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2 m k^2 e^4}{ch^3} \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ を満たすことがわかる。

理論と実験の対応

(d) 1 番目の軌道に落下するときの光は、 $\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2 m k^2 e^4}{ch^3} \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ となり、ライマンが発見した紫外線領域の水素原子スペクトル「ライマン系列」に対応している。

(e) 2 番目の軌道へ落下するときの光は $\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2 m k^2 e^4}{ch^3} \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ となり、バルマーが発見した可視光線領域の水素原子スペクトル「バルマー系列」に対応している。

(f) 3 番目の軌道に落下するときの光は、 $\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2 m k^2 e^4}{ch^3} \cdot \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ となり、パッシェンが発見した赤外線

領域の水素原子スペクトル「パッシェン系列」に対応している。

以上より、「ボーアの理論」は水素原子から出る光のスペクトルを完全に説明できたことになる。

「ボーアの理論の考え方」を他の原子に当てはめて考えると、原子それぞれから固有の光が出ることを示している。このことは、「原子から出る光を分析すると、その原子の種類を判定できる」ことを示している。試料を傷つけることなく元素分析(非破壊検査)のための有効な手段(原子吸光分析法、原子蛍光分析法)となっている。また、遠く離れた惑星や恒星に存在する元素が「そこからやってくる光の波長」から分かることも示している。これは天文学などで利用されている重要な技術である。