

基本事項

- ① 定義: 運動量 = [] × [] 単位: [] × []
- ② 運動量変化はその間に受けた力積に等しい
- ③ 「運動量保存の法則」が成立する条件は []
- ④ はねかえり係数の定義 $e = []$
- ⑤ 力学的エネルギー → []、[]、[]
- ⑥ 「力学的エネルギー保存の法則」が成立する条件は []

以下の問題で必要なら、重力加速度は $g \text{ m/s}^2$ とする。

1. 質量 $m \text{ [kg]}$ の物体が速度 $v \text{ [m/s]}$ で、静止している質量 $M \text{ [kg]}$ の物体に衝突する。弾性衝突する場合と、非弾性衝突 (跳ね返り係数が e とする) する場合について、衝突後のそれぞれの速度を求めなさい。ヒント: 運動量保存の法則と跳ね返り係数の公式の連立方程式を解くのだよ!

弾性衝突の場合

跳ね返り係数が e の場合

2. 質量 $m \text{ [kg]}$ の物体が速度 $v \text{ [m/s]}$ で、静止している質量 $M \text{ [kg]}$ の物体に衝突し、両物体は1体となった (完全非弾性衝突)。衝突後の速度を求めなさい。また、衝突前後で失われた力学的エネルギーを求めなさい。ヒント: 1と同じだよ!

衝突後の速度を求める

力学的エネルギーの減少量を求める

3. 糸の長さが $L \text{ [m]}$ 、おもりの質量が $m \text{ [kg]}$ の振りこがある。この振りこを鉛直線から角度 60° 傾けて、静かに手を離した。おもりが最下点を通過するときの速さを求めなさい。また、振りこの糸が鉛直線から角度 θ (ただし、 $0 < \theta < 60^\circ$) になったときのおもりの速さを求めなさい。

最下点を通過するときの速さ ヒント: スタート位置と最下点での力学的エネルギー保存則だよ!

角度 θ を通過するときの速さ

4. 質量 $m \text{ [kg]}$ の物体が速度 $v \text{ [m/s]}$ でなめらかで、水平な床の上を滑っている。前方のばね定数 $k \text{ [N/m]}$ のばねに衝突し、ばねを押し縮めたあと、ばねの反発力で跳ね返される。このとき、ばねが $x \text{ [m]}$ 縮んだときの物体の速さはいくらになるか。また、ばねの縮みの最大値を求めなさい。

復習シリーズ 運動量とエネルギー (基礎編) 第1回 () 組 () 番 氏名 ()

1. 衝突後の速度をそれぞれ、 v' 、 V' とする。運動量保存の法則より、 $mv = mv' + MV' \dots \textcircled{1}$

弾性衝突の場合: 跳ね返り係数は1である。跳ね返り係数の公式より、 $1 = -\frac{v' - V'}{v} \dots \textcircled{2}$ だから、質量

$$m \text{ の物体の速度は } v' = \frac{(m - M)v}{m + M} \text{ [m/s]、質量 } M \text{ の物体の速度は } V' = \frac{2mv}{m + M} \text{ [m/s]}$$

跳ね返り係数が e の場合: 跳ね返り係数の公式より、 $e = -\frac{v' - V'}{v} \dots \textcircled{3}$ だから、 $\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{3}$ より

$$\text{質量 } m \text{ の物体の速度は } v' = \frac{(m - eM)v}{m + M} \text{ [m/s]、質量 } M \text{ の物体の速度は } V' = \frac{(1 - e)mv}{m + M} \text{ [m/s]}$$

2. 衝突後の両物体の速度を V とする。運動量保存の法則より、 $mv = mV + MV \dots \textcircled{1}$ だから、一体とな

ったときの速度は $V = \frac{mv}{m + M}$ [m/s] である。

力学的エネルギーは、衝突前が $\frac{1}{2}mv^2$ 、衝突後が $\frac{1}{2}m\left(\frac{mv}{m + M}\right)^2 + \frac{1}{2}M\left(\frac{mv}{m + M}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{m^2v^2}{m + M}$ だから、

力学的エネルギーの減少量は $\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}\frac{m^2v^2}{m + M} = \frac{mMv^2}{2(m + M)}$ [J] である。

3. ふりこの最下点を重力による位置エネルギーの基準とする。手を離れた位置は高さが $L(1 - \cos 60^\circ)$

だから、重力による位置エネルギーは $\frac{1}{2}mgL$ 、運動エネルギーはゼロである。

最下点: おもりの速さを v とすると、重力による位置エネルギーはゼロ、運動エネルギーは $\frac{1}{2}mv^2$ で

あるので、力学的エネルギー保存の法則 $\frac{1}{2}mgL = \frac{1}{2}mv^2$ より、速さは $v = \sqrt{gL}$ [m/s]

角度 θ : おもりの速さを v とすると、重力による位置エネルギーは $mgL(1 - \cos\theta)$ 、運動エネルギーは

$\frac{1}{2}mv^2$ であるので、力学的エネルギー保存の法則 $\frac{1}{2}mgL = mgL(1 - \cos\theta) + \frac{1}{2}mv^2$ より、速さは

$v = \sqrt{gL(2\cos\theta - 1)}$ [m/s] である。

4. はじめの力学的エネルギーの和は $\frac{1}{2}mv^2$ である。

ばねが x 縮んでいるとき: 物体の速度が v' とすると、力学的エネルギー保存の法則より、

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}kx^2 \dots \textcircled{1} \text{ が成立する。}\textcircled{1} \text{ を解いて、物体の速さは } v' = \sqrt{v^2 - \frac{k}{m}x^2} \text{ [m/s]}$$

ばねが最も縮んだとき: 物体の速度はゼロだから、 $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \times 0^2 + \frac{1}{2}kx^2 \dots \textcircled{2}$ を解いて、

ばねが最も縮んだ長さは $x = v\sqrt{\frac{m}{k}}$ [m] である。