

基本事項

- ① 定義: 運動量 = [] × [] 単位: [] × []
- ② 運動量変化はその間に受けた力積に等しい
- ③ 「運動量保存の法則」が成立する条件は []
- ④ はねかえり係数の定義 $e = []$
- ⑤ 力学的エネルギー → []、[]、[]
- ⑥ 「力学的エネルギー保存の法則」が成立する条件は []

水平で滑らかな床の上に質量 M [kg]の板が置かれている。この板の上に質量 m [kg]の物体を乗せ、板の端に取り付けられたバネ定数 k [N/m]のバネの端に取り付けた。物体に力を加えてバネを d [m]押し縮め、静かに手を離れた。最初、板と物体ともに静止していたが、バネに弾かれて互いに動き出した。バネの縮みが x [m]あるときの、板、物体の速度をそれぞれ、 v [m/s]、 V [m/s]として以下の間に答えなさい。

1. 力学的エネルギー保存の法則より、 x 、 v 、 V の間の関係式を作りなさい。
2. 運動量保存の法則より、 v 、 V の間の関係式を作りなさい。
3. バネの縮みが x [m]であるとき、板、物体の速度を求めなさい。
4. バネが最も伸びたときのバネの長さを求めなさい。
5. 床から見た物体の最大速度を求めなさい。
6. 床から見た板の最大速度を求めなさい。
7. 板から見た物体の速度の最大値を求めなさい。

水平で滑らかな床の上に質量 M [kg]の板が置かれている。この板の上に質量 m [kg]の物体を乗せ、板の端に取り付けられたバネ定数 k [N/m]のバネの端に取り付けた。物体に力を加えてバネを d [m]押し縮め、静かに手を離れた。最初、板と物体ともに静止していたが、バネに弾かれて互いに動き出した。バネの縮みが x [m]であるときの、板、物体の速度をそれぞれ、 v [m/s]、 V [m/s]として以下の間に答えなさい。

1. 手を離す直前と、バネが x 縮んだときでの力学的エネルギー保存の法則より、

$$x, v, V \text{ の間の関係式は } \frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 \dots \textcircled{1}$$

2. 手を離す直前と、バネが x 縮んだときでの運動量保存の法則より、 $0 = mv + MV \dots \textcircled{2}$

3. バネの縮みが x [m]であるとき、板、物体の速度は、①、②より、 $V = -\frac{mv}{M}$ を代入して、

$$\frac{1}{2}k(d^2 - x^2) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}M\left(-\frac{mv}{M}\right)^2 \text{ だから、これを整理すると、} k(d^2 - x^2) = \frac{m(M+m)v^2}{M} \text{ だから、}$$

$$\text{物体の速度は } v = \pm \sqrt{\frac{kM(d^2 - x^2)}{m(M+m)}} \dots \textcircled{3}, \text{ 板の速度は } V = \mp \sqrt{\frac{km(d^2 - x^2)}{M(M+m)}} \dots \textcircled{4}$$

4. バネが最も伸びたとき、板から見た物体の速度（相対速度）はゼロになる。したがって、板と物体の速度は等しくなる。したがって、②より、それぞれの速度は $v = V = 0$ になる。これを①の式に代入して、

$$\frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m \times 0^2 + \frac{1}{2}M \times 0^2 \text{ だから、} x = \pm d \text{ より、}$$

バネが最も伸びたときの伸びの大きさは d [m] である。

5. ③より、物体の速度は $v = \pm \sqrt{\frac{kM(d^2 - x^2)}{m(M+m)}}$ だから、

$$\text{物体の速度の最大値は } v_{\max} = \pm \sqrt{\frac{kMd^2}{m(M+m)}}$$

6. ④より、板の速度は $V = \mp \sqrt{\frac{kM(d^2 - x^2)}{m(M+m)}}$ だから、

$$\text{板の速度の最大値は } V_{\max} = \mp \sqrt{\frac{kmd^2}{M(M+m)}}$$

7. 「板から見た物体の速度」=「床から見た物体の速度」-「床から見た板の速度」より、板から見た物体の

$$\text{速度の最大値は } \left\{ \pm \sqrt{\frac{kMd^2}{m(M+m)}} \right\} - \left\{ \mp \sqrt{\frac{kmd^2}{M(M+m)}} \right\} = \pm \sqrt{\frac{kd^2}{(M+m)}} \left(\sqrt{\frac{M}{m}} + \sqrt{\frac{m}{M}} \right)$$

$$\text{板から見た物体の速度の最大値は } \pm \sqrt{\frac{k(M+m)d^2}{mM}} \text{ である。}$$