

# 気体の分子運動から考える「気体の性質」

## 気体という状態とは

気体とは、「分子が独立して自由に運動している状態」をいう。すなわち、気体分子は互いに力を及ぼし合わず(衝突するなどがなく)自由に飛び回っているということである。この様な状態を物理的に解析してみることにしよう。

一辺が  $L$  [m] の立方体容器に1モル(アボガドロ数  $N_A$  個)の単原子分子気体(ヘリウム、ネオン、アルゴンなど)を入れてあるものとする。この気体分子1個の質量は  $m$  [kg]、速度  $v$  [m/s] で飛び回っているとしよう。

問 ヘリウムの場合、気体分子1個の質量はいくらになるか？

## 容器の壁に気体分子が衝突する！ このことを物理的に計算してみると...

### ① ひとつの分子に注目する！

気体分子は容器内で互いに衝突することなく、飛び回っているので、容器内を直進運動し、壁に衝突、反射を繰り返す。ここで、立方体容器の各辺を  $x$ 、 $y$ 、 $z$  軸にとり、それぞれの方向の速度成分を  $v_x$ 、 $v_y$ 、 $v_z$ 、分子の質量を  $m$  としよう。

### ② その分子が壁に1回衝突するときの「運動量変化」は？

$x$  軸方向の運動について考えると、 $x$  軸に垂直な面 A に気体分子が衝突するとき、気体分子の速度成分は  $v_x$  から  $-v_x$  と速度ベクトルの向きが逆転する。したがって、その間の気体分子の「運動量変化」は  [kg・m/s] になる。

### ③ ひとつの分子が1回の衝突で壁に与える力積は？

「運動量変化はその間に受けた力積に等しい」ので、「作用反作用の法則」を考えると、そのとき、面 A が気体分子に加えた力と気体分子が面 A に加えた力の大きさは等しく、向きが反対である。よって、気体分子が面 A に衝突するとき  [kg・m/s] の力積を気体分子から受けることになる。

### ④ ひとつの分子が壁に何回衝突するのか？

この分子が面 A に衝突してから再度面 A に衝突するとき、 $x$  軸方向に容器の幅を1往復すればよい。よって、この分子が面 A に衝突する間隔は  [s] であり、 $t$  [s] 間にその分子が面 A に衝突する回数は  回である。

### ⑤ ひとつの分子が壁に与える力積の合計は？

$t$  [s] 間に面 A がその分子から受ける力積の総合計は「1回分の力積」×「回数」になる。よって、力積の総合計は  であるから、 [kg・m/s] である。

### ⑥ 1つの分子の気体から壁が受ける力の大きさは？

気体分子面 A が受ける力を  $f$  [N] とすると、力積は  $ft$  [kg・m/s] であるから、 が成立するので、気体分子1分子により面 A が受けている力は  [N] になる。

### ⑦ 分子の2乗平均速度とは？

気体分子はどの方向にも一様に飛び回る(等方性を持つ)。よって、速度成分の各方向の2乗平均は等しくなり、 $\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$  が成立する。よって、分子の2乗平均速度を  $v$  とすると、 $v^2 = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle$  だから、分子速度の  $x$  方向成分の2乗平均は  である。

### ⑧ 容器内の全分子が壁に与える力は？

このような分子が容器内にアボガドロ数個あるから、気体分子の速度の2乗平均を  $v$  とすると気体分子全体から面 A が受ける力は、 [N] になる。

### ⑨ 容器内の全分子が壁に与える圧力は？

この気体から面 A が受ける圧力は「力」÷「面積」だから、気体の圧力は  $P = F \div L^2$  であるので  [Pa] (または [N/m<sup>2</sup>]) になる。

## 得られた計算結果を詳しく考察してみよう！

ここで、容器の体積は  $V = L^3$  であるので、 $PV =$   …(A) と表すこともできる。気体温度一定なら分子速度は一定だから、温度一定のとき、式(A)の右辺は一定となる。これより、「**圧力と体積が反比例する**」ことが分かる。これは「**ボイルの法則**」のことになる(ボイルの法則が導かれた)。

### ① 絶対温度は気体分子の平均運動エネルギーにより決まる！

もう少し具体的に考えてみると、1モルの気体の状態方程式  $PV = RT$  と比較してみると、右辺の部分は  $RT =$   に相当する。よって、気体1分子の運動エネルギーは  と表すことができる。すなわち「**気体1分子の平均運動エネルギーは絶対温度に比例している**」ことを表している。

### ② 気体の「内部エネルギー」とは？

では、気体が持つエネルギーについて考えよう。 $n$ モルの気体全体では  $nN_A$  個の分子があるので、全体のエネルギー  $U$  は  となる。これを気体の「**内部エネルギー**」と呼んでいる。

この式より、「**気体の内部エネルギーはモル数と絶対温度の積に比例している**」ことも表している。

### ③ 気体分子の平均速度は？

気体分子の運動エネルギーより、気体分子の平均速度は  と表すことができる。

具体的な数値を代入してみよう。ヘリウムの場合、1モルの質量  $mN_A$  が  $4 \times 10^{-3}$  [kg]、気体定数  $R$  が  $8.31$  [J/molK]、温度が  $273$  [K] であるとき、 $v = 1304$  [m/s] となり、秒速  $1000\text{m}$  を超える速度(ジェット機より速い!)で空中をヘリウム分子(原子)が飛び回っていることが分かる。

# 気体の分子運動から考える「気体の性質」

解説・解答

## 気体という状態とは

気体とは、「分子が独立して自由に運動している状態」をいう。すなわち、気体分子は互いに力を及ぼし合わず(衝突するなどがなく)自由に飛び回っているということである。この様な状態を物理的に解析してみることにしよう。

一辺が  $L$  [m] の立方体容器に1モル(アボガドロ数  $N_A$  個)の単原子分子気体(ヘリウム、ネオン、アルゴンなど)を入れてあるものとする。この気体分子1個の質量は  $m$  [kg]、速度  $v$  [m/s] で飛び回っているとしよう。

問 ヘリウムの場合、気体分子1個の質量はいくらになるか？

1モルの気体分子の数はアボガドロ数 ( $N_A=6.02\times 10^{23}$ ) 個、ヘリウム1モルの質量は 4.0 [g] ( $4.0\times 10^{-3}$  [kg]) であるから、 $(4.0\times 10^{-3})\div(6.02\times 10^{23})$  より、ヘリウム分子(原子)1個の質量は  $6.6\times 10^{-27}$  [kg] である。

## 容器の壁に気体分子が衝突する！ このことを物理的に計算してみると...

### ① ひとつの分子に注目する！

気体分子は容器内で互いに衝突することなく、飛び回っているので、容器内を直進運動し、壁に衝突、反射を繰り返す。ここで、立方体容器の各辺を  $x$ 、 $y$ 、 $z$  軸にとり、それぞれの方向の速度成分を  $v_x$ 、 $v_y$ 、 $v_z$ 、分子の質量を  $m$  としよう。

### ② その分子が壁に1回衝突するときの「運動量変化」は？

$x$  軸方向の運動について考えると、 $x$  軸に垂直な面 A に気体分子が衝突するとき、気体分子の速度成分は  $v_x$  から  $-v_x$  と速度ベクトルの向きが逆転する。したがって、その間の気体分子の「運動量変化」は  $(-mv_x)-(mv_x)=-2mv_x$  [kg・m/s] になる。

### ③ ひとつの分子が1回の衝突で壁に与える力積は？

「運動量変化はその間に受けた力積に等しい」ので、 $x$  軸に垂直な面 A から  $-2mv_x$  [kgm/s] の力積を気体分子が受けたことになる。「作用反作用の法則」を考えると、そのとき、面 A が気体分子に加えた力と気体分子が面 A に加えた力の大きさは等しく、向きが反対である。このことから、気体分子が面 A に衝突するとき  $+2mv_x$  [kg・m/s] の力積を気体分子から受けることになる。

### ④ ひとつの分子が壁に何回衝突するのか？

この分子が面 A に衝突してから再度面 A に衝突するには、 $x$  軸方向に容器の幅1往復すればよいので、衝突間隔は  $\frac{2L}{v_x}$  [s] である。よって、 $t$  [s] 間にその分子が面 A に衝突する回数は  $t\div\frac{2L}{v_x}$  より、 $\frac{v_x t}{2L}$  回である。

### ⑤ ひとつの分子が壁に与える力積の合計は？

$t$  [s] 間に面 A がその分子から受ける力積の総合計は「1回分の力積」×「回数」になる。よって、力積の総合計は  $(+2mv_x)\times\frac{v_x t}{2L}$  であるから、 $+\frac{mv_x^2 t}{L}$  [kg・m/s] である。

### ⑥ 1つの分子の気体から壁が受ける力の大きさは？

気体分子面 A が受けている力を  $f$  [N] とすると、力積は  $ft$  [kg・m/s] であるから、

$\frac{m v_x^2 t}{L} = f t$  が成立するので、気体分子1分子により面 A が受けている力は  $f = \frac{m v_x^2}{L}$  [N] になる。

### ⑦ 分子の2乗平均速度とは？

気体分子はどの方向にも一様に飛び回る(等方性を持つ)。よって、速度成分の各方向の2乗平均は等しくなり、 $\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$  が成立する。よって、分子の2乗平均速度を  $v$  とすると、 $v^2 = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle$  だから、 $\langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{3} v^2$  である。

### ⑧ 容器内の全分子が壁に与える力は？

このような分子が容器内にアボガドロ数個あるから、気体分子全体から面 A が受ける力は、気体分子の速度の2乗平均を  $v$  とすると  $F = f \times N_A = \frac{N_A m \langle v_x^2 \rangle}{L} = \frac{N_A m v^2}{3L}$  [N] になる。

### ⑨ 容器内の全分子が壁に与える圧力は？

この気体から面 A が受ける圧力は「力」÷「面積」だから、気体の圧力は  $P = F \div L^2$  であるので  $P = \frac{N_A m v^2}{3L^3}$  [Pa] (または [N/m<sup>2</sup>]) になる。

## 得られた計算結果を詳しく考察してみよう！

ここで、容器の体積は  $V = L^3$  であるので、 $P V = \frac{N_A m v^2}{3} \dots (A)$  と表すこともできる。気体分子は温度が高いほど分子運動の速度は増し、温度低下につれて分子速度は減少する。温度一定なら分子速度は一定だから、温度一定のとき、式(A)の右辺は一定となる。これより、「**圧力と体積が反比例する**」ことが分かる。これは「**ボイルの法則**」が成立することを示している(ボイルの法則が導かれた)。

### ① 絶対温度は気体分子の平均運動エネルギーにより決まる！

もう少し具体的に考えてみると、1モルの気体の状態方程式  $P V = R T$  と比較してみると、右辺の部分は  $R T = \frac{N_A m v^2}{3}$  に相当する。よって、気体1分子の運動エネルギーは  $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N_A} \cdot T$  と表すことができる。すなわち「**気体1分子の平均運動エネルギーは絶対温度に比例している**」ことを表している。

### ② 気体の「内部エネルギー」とは？

では、気体が持つエネルギーについて考えよう。1分子のエネルギーが  $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N_A} \cdot T$  だから、 $n$ モルの気体全体では  $n N_A$  個の分子があるので、全体のエネルギー  $U$  は  $U = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N_A} \cdot T \times n N_A$  より、 $U = \frac{3}{2} n R T$  となる。これを気体の「**内部エネルギー**」と呼んでいる。

この式より、「**気体の内部エネルギーはモル数と絶対温度の積に比例している**」ことも表している。

### ③ 気体分子の平均速度は？

気体分子の運動エネルギーが  $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N_A} \cdot T$  より、気体分子の平均速度は  $v = \sqrt{\frac{3 R T}{m N_A}}$  だ。

具体的な数値を代入してみよう。ヘリウムの場合、1モルの質量  $m N_A$  が  $4 \times 10^{-3}$  [kg]、気体定数  $R$  が  $8.31$  [J/molK]、温度が  $273$  [K] であるとき、 $v = 1304$  [m/s] となり、秒速 1000m を超える速度(ジェット機より速い!)で空中をヘリウム分子(原子)が飛び回っていることが分かる。