

インダクタンス応用

下の図に示すような半径 a [m]、長さ b [m]、巻数 c [回]のコイルがある。このコイルはソレノイドとして扱ってよいものとし、真空の透磁率を μ_0 [N/A²] として、次の各問いに答えなさい。

このコイルに電流を I [A]流したときに出来る磁界(磁場)の強さは [A/m] である。したがって、コイル内に出来る磁界(磁場)の磁束密度は [T] (または[Wb/m²]) である。このとき、コイルを貫く磁束は [Wb] である。

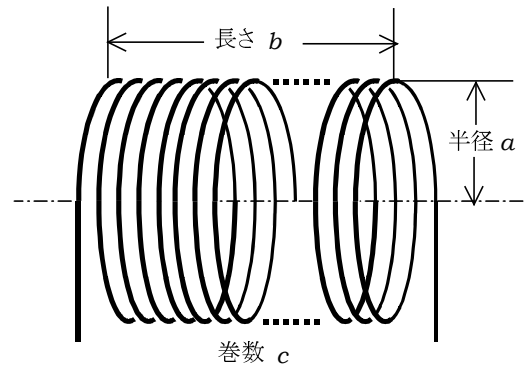
次に、このコイルに流れる電流を Δt の間に ΔI だけ電流変化を与えたとき、コイルを貫く磁束の変化は [Wb] である。

電磁誘導の法則によると Δt の間にコイルを貫く磁束の変化が $\Delta\Phi$ であるとき、 n 回巻のコイルに発生する逆起電力は一般的には [V] である。①これを使ってこのコイルの誘導起電力を求めることができる。

また、自己誘導の定義より、自己インダクタンスが L [H] のコイルに Δt の間に ΔI だけ電流変化を与えたときの誘導起電力(逆起電力)は [V] である。②これを使ってこのコイルの自己インダクタンスを求めることができる。

一般的に、自己インダクタンス L [H] のコイルと電気容量 C [F] を持つコンデンサーを使って共振回路の共振周波数は [Hz] になるとされている。

このコイルと正確な電気容量を持つコンデンサーを使って発振器を製作した。設計に当たっては下線部②により求めたコイルの自己インダクタンスの値を用いてコンデンサーの電気容量を決定し発振器の製作した。しかし、出来上がった発振器の周波数を測定すると目的の f [Hz] より 12 パーセント大きなものになってしまった。



問1. 上の文章の空欄 ~ に適当な数式を入れなさい。

問2. 下線部①に示す方法で、このコイル(半径 a [m]、長さ b [m]、巻数 c [回])に、 Δt の間に ΔI だけ電流変化を与えたとき発生する誘導起電力をもとめなさい。

問3. 下線部②に示す方法で、このコイル(半径 a [m]、長さ b [m]、巻数 c [回])の自己インダクタンスを求めるなさい。

問4. このコイルの実際のインダクタンスは計算上のコイルのインダクタンス L の何倍であったのか。

問5. この発振器を設計時の周波数 f [Hz] で発振する発振器に変えるためにはこのコイルをどのように調整すればよいか、その方法を簡潔に述べなさい。

インダクタンス応用 (解説)

電流と磁界に関する標準的な問題。基本的な事柄(公式など)をきちんと理解しておれば問題文章の指示にしたがうだけで正解が導ける問題である。電磁誘導の法則を使って求めるこの問題の解答への道筋は他の問題でも役立つであろう。

問1. **ア** ソレノイドの内部に出来る磁界(磁場)の公式 $H = nI$ (n はソレノイドの単位長さ当たりの巻数)より、長さ b [m]に c 回巻かれてるので、このコイルの単位当たりの巻き数は $\frac{c}{b}$ になる。したがって、このコイルに電流を I [A]流したときにコイル内に出来る磁界(磁場)の強さは $H = \frac{cI}{b}$ [A/m]である。

イ したがって、コイル内に出来る磁界(磁場)の磁束密度は $B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 cI}{b}$ [Wb/m²]。

ウ このとき、コイルを貫く磁束は $\Phi = BS$ より $\Phi = B \times \pi a^2 = \frac{\pi a^2 \mu_0 cI}{b}$ [Wb]

エ このコイルに流れる電流が Δt の間に ΔI の電流変化があるとき、コイルを貫く磁束の変化 $\Delta \Phi$ は $\Delta \Phi = \frac{\pi \mu_0 a^2 c (I + \Delta I)}{b} - \frac{\pi \mu_0 a^2 c I}{b} = \frac{\pi \mu_0 a^2 c \Delta I}{b}$ となる。

オ 電磁誘導の法則より、 n 回巻きコイルに Δt 秒間に $\Delta \Phi$ [Wb]の時速の変化があるとき、コイルに発生する逆起電力(誘導起電力)は $V = -n \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ である。

カ コイルの自己誘導の定義式より $V = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$ である。

キ LC 共振回路の共振周波数は $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ [Hz] である。

問2. 電磁誘導の法則より、 $V = -n \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ である。したがって、コイルの逆起電力は

$$V = -c \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{\left(\frac{\pi \mu_0 a^2 c^2 \Delta I}{b} \right)}{\Delta t} = -\frac{\pi \mu_0 a^2 c^2}{b} \frac{\Delta I}{\Delta t} \text{ になる。}$$

問3. コイルのインダクタンスを求めるには、コイルの自己誘導の定義式 $V = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$ と誘導起電力の式と比較し、 L に相当する部分を求めるとよい。

誘導起電力(問2で求めた)と自己誘導の定義式(問1**カ**で求めた)を比較すると、

$$V = -\frac{\pi \mu_0 a^2 c^2}{b} \frac{\Delta I}{\Delta t} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} \text{ だから、このコイルのインダクタンスは } L = \frac{\mu_0 \pi a^2 c^2}{b} \text{ と表せることが分かる。}$$

問4. このコイルの真の自己インダクタンスを L' [H] とする。周波数が12パーセント大きくなったことから共振周波数の公式より $1.12f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L'C}}$ である。問2の関係式 $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ と辺々割り算して $1.12 = \sqrt{\frac{L}{L'}}$ であるの

で、 $L' = \frac{L}{1.12^2} \cong 0.80L$ であるので、計算上の値の0.80倍であったことになる。

問5. コイルの自己インダクタンスを25パーセント増加させてやればよい。

考えられる方法は自己インダクタンスが $L = \frac{\mu_0 \pi a^2 c^2}{b}$ と表せるので、それぞれの要素(透磁率、コイルの半径、長さ、巻数)を変化させてインダクタンスを変えればよい。最も簡単に出来そうなのは「コイルの両端を手で押しつけてコイルの長さを短くする。巻き直しは不要でコイルを取付け済みの回路から外さなくて済む利点有り」か「コイルに透磁率の高い物質(鉄芯など)を入れる。部分的に挿入することで調節可能」である。