交流回路 （番外編） （　）組（　）番 氏名（　　　　　）

複素数の世界と物理学

複素数とはなんだろうか？ 数学では習ったが実用性なんかあるわけ無い！？

それでは、最初に、複素数の勉強から始めましょう。

２乗して－１ になる？ これが虚数単位 i の定義（ $i^2=-1$ ）ですが、複素数はどのように実用性をもっているのでしょうか。物理の世界で考えて見ましょう。

数学としての「複素数の定義」を復習してみましょう。

① 虚数単位の定義 → $i^2=-1$

② 複素数の表示形式

座標形式（実数成分と虚数成分を使っての表示） → $z=a+bi$ （ただし、 a,b は実数）

極形式（原点からの距離と偏角を使っての表示） → $z=(r,\theta)$ （ただし、 r,θ は実数）

(a) 座標形式から極形式への変換

$z=a+bi$ → $z=\sqrt{a^2+b^2}(\cos\theta+i\sin\theta)$ ただし、 $\tan\theta=\frac{a}{b}$ だから

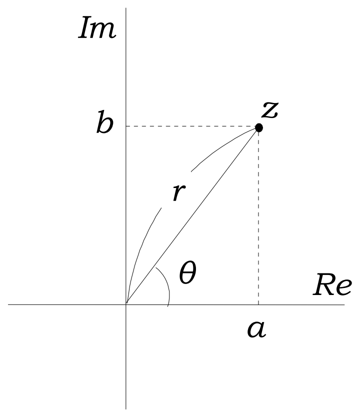
$z=(r,\theta)$ ただし、 $r=\sqrt{a^2+b^2}$ 、 $\tan\theta=\frac{a}{b}$

(b) 極形式から座標形式への変換

$z=(r,\theta)$ → $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)=r\cos\theta+ir\sin\theta$

③ 複素平面 → 縦軸を虚数軸（Im）、横軸を実数軸（Re）として、

複素数を面上の点で表現する。



④ 演算公式 $z_1=a_1+b_1i$ 、 $z_2=a_2+b_2i$ とするとき

共役複素数 $z=a+bi$ ⇔ $\bar{z}=a-bi$

絶対値 $|z|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{z\cdot\bar{z}}$

加減算 $z_1\pm z_2=(a_1\pm a_2)+(b_1\pm b_2)i$

乗算 $z_1\times z_2=(a_1\cdot a_2-b_1\cdot b_2)+(a_1\cdot b_2+b_1\cdot a_2)i$

除算 $\frac{z_1}{z_2}=\frac{z_1\cdot\bar{z}_2}{z_2\cdot\bar{z}_2}=\frac{z_1\cdot\bar{z}_2}{|z_2|^2}$

⑤ オイラー形式

オイラーの定理 $\cos\theta+i\sin\theta=e^{i\theta}$ を使って複素数を表現することができる。

これは複素平面での偏角が θ 、原点からの距離が r となる複素数は $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$

よって、オイラー形式では、 $z=r\cdot e^{i\theta}$ と書ける。これは、極形式表現の一種に相当している。

［例］１ → $1\cdot e^0$ 、 i → $1\cdot e^{i\frac{\pi}{2}}$ 、 $1+i$ → $\sqrt{2}\cdot e^{i\frac{\pi}{4}}$ 、 $1-i$ → $\sqrt{2}\cdot e^{-i\frac{\pi}{4}}$ など