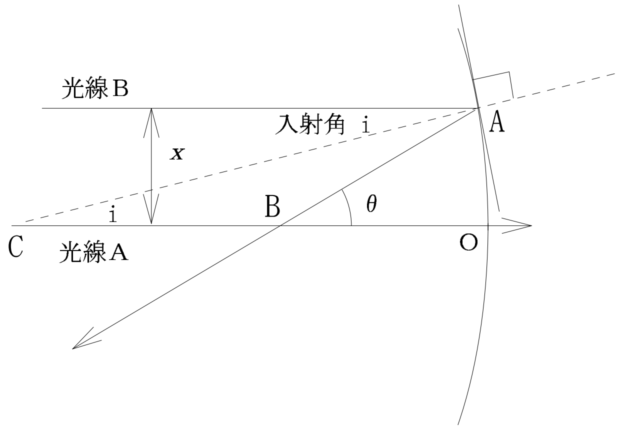
物理プリント 凹面鏡の焦点距離　　　　組　　番　氏名（　　　　　　　）

［1］曲率半径が大きな凹面鏡の焦点距離を求めてみよう。

(A)**「反射の法則」を使って求める**



まず、光軸を通る光線Aと光軸からわずかな距離 x 離れた光線Bが凹面鏡に入射する。

凹面鏡の曲面の半径を R（ただし、$R >> x$）とする。

右図の入射角は i → $\sin i =$ [　　　　　]

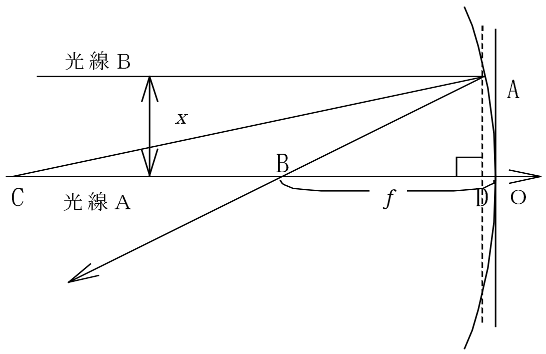
θ が十分に小さいとき $\sin\theta \cong \tan\theta \cong \theta$ であるので、入射角 $i =$ [　　　　　　　] …①である。

また、反射の法則より $\angle CAB = i$ …② である。

また、光が集まる点Bが焦点なので反射鏡からBまでの距離が焦点郷里 f とする。 光線Aと光線Bは平行なので入射角 i と θ の関係は $\theta =$[　　　]…③である。ここで、近似式 $\sin\theta \cong \tan\theta \cong \theta$ を使って、θ を x、f で示すと $\theta =$ [　　　　　]…④が成立する。これらより、θ を消去すると、光線Bは x に関わらず、常に反射鏡からB点までの距離 $f =$ [　　　　]の位置に光が集まることになる。これは、凹面鏡の軸に平行にに入ってくる光線がすべて、同じ位置（焦点）に集まることを示している。 このB点をこの反射鏡の「焦点」といい、OBの距離を「焦点距離」という。

凹面鏡の焦点距離 → [　　　　　　　　　　　　　　　]

(B)**「光の干渉」により求める**



光軸を通る光線Aと光軸から x 外れた光線Bが干渉すると考える。 焦点にはすべてのコースの光が強め合うことが必要 （焦点に光が集まることから）。

光が互いに強め合う → 位相がずれないので
光学距離が等しい

光学的距離の差 →「AB」と「DO+OB」の差より

OB（焦点距離に相当）を f とすると、$x << R$ より

$OD =$ 　　　　　　　、$AB = \sqrt{DB^2 + x^2} =$ 　　　　　　　　　　である。近似式を利用して変形すると、光学的距離の差は

$AB - (DO + OB) =$

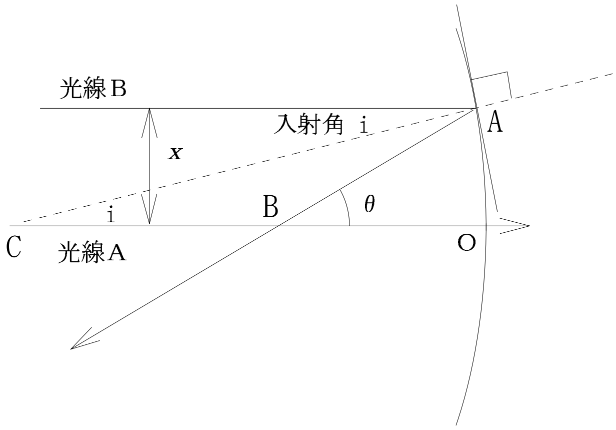
上の関係式より $1 - \frac{2f}{R} = 0$ のところでは、x に関わらずこの距離の差が常にゼロになっている。

したがって、凹面鏡から距離 $f = \frac{1}{2}R$ にすべての光が強められ、焦点距離が $f = \frac{1}{2}R$ になることを示す。

物理ＩＢ プリント　凹面鏡の焦点距離（解説）

曲率半径が大きな凹面鏡の焦点距離を求めてみよう。

(A) **反射の法則を使って求める**



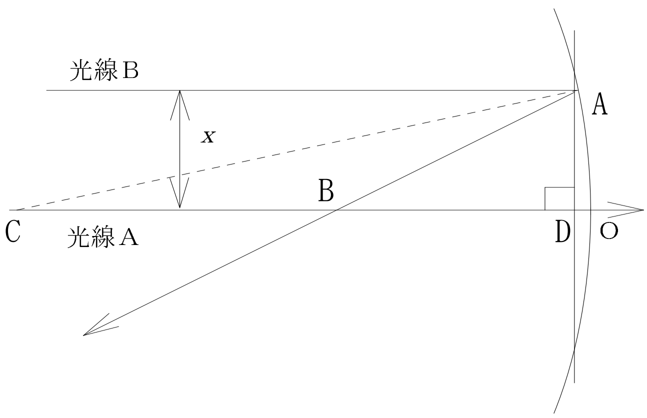
まず、光軸を通る光線Aと光軸からわずかな距離 x 離れた光線Bが凹面鏡に入射する。

凹面鏡の曲面の半径を R（ただし、$R >> x$）とすると、凹面鏡で反射するときの入射角は i は、この凹面鏡の曲面の半径が十分大きいので、$i = \frac{x}{R}$ 。また、入射角と反射角が等しい（反射の法則）ので $\angle CAB = i$ 。

また、光線Aと光線Bは平行なので、$\theta = 2i$ 。 θは微少角なので、$\theta \cong \sin\theta \cong \tan\theta$ の近似式が成立するので、$\theta = \frac{AO}{BO} = \frac{x}{f}$ が成立する。これより、θを消去すると、$\frac{2x}{R} = \frac{x}{f}$ となる。 光線Bは x に関わらず、常にOBが $f = \frac{R}{2}$ が成立すると常に強め合うことになる。これは、凹面鏡の軸に平行にに入ってくる光線がすべて、同じ位置（焦点）に集まることを示している。 このOBの距離を焦点距離という。

結論　　**凹面鏡の焦点距離　→　曲面の半径の二分の一に等しい**

(B) **干渉により求める**



光軸を通る光線Aと光軸から x 外れた光線Bが干渉すると考える。 焦点にはすべてのコースの光が強め合うことが必要（焦点に光が集まることから）。

この２つのコースの光が互いに強め合うためには位相がずれない(それぞれの光学距離が等しい)ければよい。 二つのコース間の光学的距離の差は 「AB」と「DO+OB」の差である。この差が x によらず常に強め合うように干渉を起こせばよい。

OBを f とすると、$OD = \frac{x^2}{2R}$ 、$AB = \sqrt{DB^2 + x^2} = \sqrt{(f - OD)^2 + x^2}$ である。

近似式を利用して整理すると、光学的距離の差は

$$AB - (DO + OB) = \sqrt{\left(f - \frac{x^2}{2R}\right)^2 + x^2} - \left(\frac{x^2}{2R} + f\right) = \frac{\left(f - \frac{x^2}{2R}\right)^2 + x^2 - \left(\frac{x^2}{2R} + f\right)^2}{\sqrt{\left(f - \frac{x^2}{2R}\right)^2 + x^2} + \left(\frac{x^2}{2R} + f\right)}$$

$$= \frac{1}{2f}\left(x^2 - \frac{2fx^2}{R}\right) = \frac{1}{2f}x^2\left(1 - \frac{2f}{R}\right)$$ である。

したがって、光学的距離の差が $f = \frac{1}{2}R$ のところでは、x に関わらず常にゼロになる。 これは**「凹面鏡の焦点距離が曲面の半径の二分の一に等しい」**ことを示している。