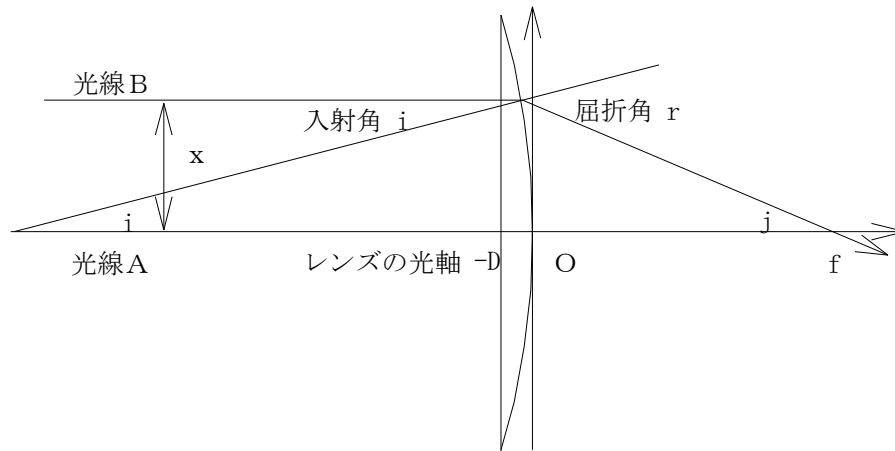


物理 I B プリント 凸レンズの焦点距離

目的: 薄い片側が平面の凸レンズ(片凸レンズ)の焦点距離をレンズの材料の屈折率とレンズの形状(曲率半径)で表わす式を求める。



(A) 屈折の法則(スネルの法則)を使って求める

光軸を通る光線Aと光軸から  $x$  外れた光軸に平行な光線Bが、片凸レンズに入射する。レンズの曲率半径  $R$ 、焦点距離  $f$  がレンズの口径に比べて十分に大きいので、 $x \ll R, f \dots \textcircled{1}$  が成立する。また、このときのレンズは屈折率を  $n$  のガラス製であるとする。

レンズの曲面の半径を  $R$  だから、レンズの右側(球面になっている側)で屈折するときの入射角を  $i$  とすると、 $\sin i = \frac{x}{R} \dots \textcircled{2}$  が成立する。 $\textcircled{1}$ より( $i \approx 0$ )であるから、 $i = \frac{x}{R} \dots \textcircled{3}$  ( $\because i \approx 0$  のとき、 $\sin i \approx i$ )と表すことができる。

また、屈折の法則(スネルの法則)より、ガラスから空気への屈折だから、 $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{1}{n}$  が成立する。 $\textcircled{3}$ を代入して、 $\sin r = n \sin i = \frac{nx}{R}$  が導かれる。 $r \approx 0$ なので、 $\sin r \approx r \dots \textcircled{4}$  と近似でき、また、定理「三角形の外角は他の内角の和に等しい」より、 $r = i + j \dots \textcircled{5}$  も成立する。

よって、 $\textcircled{3}$ 、 $\textcircled{4}$ 、 $\textcircled{5}$ より  $j = r - i = \frac{nx}{R} - \frac{x}{R} = \frac{(n-1)x}{R}$  が成立する。また、 $j \approx 0$ より  $\tan j \approx j$  だから、光が集まる位置  $f$  は  $x = f \tan j \approx f \cdot j$  を満たすから、 $x = f \times \frac{(n-1)x}{R}$  である。よって、両辺の  $x$  が約分されるために  $x$  関わらず、光が集まる位置は原点Oより右に  $f = \frac{R}{n-1}$  離れた位置である(ここが焦点)。よって、屈折率  $n$  のガラスで出来た曲率半径  $R$  の片凸レンズの焦点距離は  $f = \frac{R}{n-1}$  である。