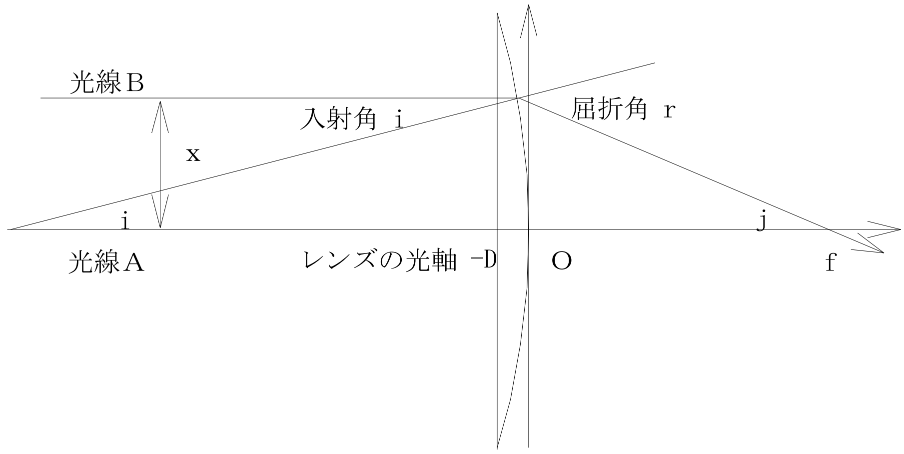
物理ＩＢ プリント　凸レンズの焦点距離

目的:　薄い片側が平面の凸レンズ（片凸レンズ）の焦点距離をレンズの材料の屈折率とレンズの形状（曲率半径）で表わす式を求める。



(A)　干渉により求める

光軸を通る光線Aと光軸からx外れた光線Bが干渉すると考える。この２つのコースの光が互いに強め合うためには位相がずれない（それぞれの光学距離が等しい）ければよい。

光軸でのレンズの厚さをDとすると、光軸からx離れた所でのレンズの厚さは $D-R(1-\cos i)$ になる。また、レンズを出てからの距離は、それぞれ、f と $\sqrt{\left(f+R(1-\cos i)\right)^2+x^2}$ である。また、レンズの中では光の波長が短くなるので、干渉計算における距離を光学的距離に直さなければならない（光学的距離＝レンズの素材の屈折率×レンズ内通過距離）。これより、光学的な距離の差 ΔL をもとめると、

$\Delta L=\left\{n\left(D-R(1-\cos i)\right)+\sqrt{\left(f+R(1-\cos i)\right)^2+x^2}\right\}-(nD+f)$ である。

$\Delta L=-nR(1-\cos i)+\sqrt{\left(f+R(1-\cos i)\right)^2+x^2}-f$ である。この２、３項目を取り出し、分子の有理化と整理

よる変形を行うと、$\sqrt{\left(f+R(1-\cos i)\right)^2+x^2}-f=\dfrac{\left(f+R(1-\cos i)\right)^2+x^2-f^2}{\sqrt{\left(f+R(1-\cos i)\right)^2+x^2}+f}$

$=\dfrac{2fR(1-\cos i)+R^2(1-\cos i)^2+x^2}{\sqrt{\left(f+R(1-\cos i)\right)^2+x^2}+f}=\dfrac{2fR(1-\cos i)+R^2(1-\cos i)^2+x^2}{2f}$　（分母を近似）

$\cong\dfrac{x^2}{2R}+\dfrac{1}{2f}\left(\dfrac{x^2}{2R}\right)^2+\dfrac{x^2}{2f}$　（分子の近似 $\because R(1-\cos i)=\dfrac{x^2}{2R}$ より x^2、$R(1-\cos i)\ll f\fallingdotseq R$）

$\cong\dfrac{x^2}{2R}+\dfrac{x^2}{2f}$　（第２項を無視する $\because\dfrac{1}{2f}\left(\dfrac{x^2}{2R}\right)^2=\dfrac{x^2}{2R}\left(\dfrac{x^2}{4fR}\right)<<\dfrac{x^2}{2R}$）

よって、$\Delta L\cong-nR(1-\cos i)+\dfrac{\left(f+R(1-\cos i)\right)^2+x^2-f^2}{\sqrt{\left(f+R(1-\cos i)\right)^2+x^2}+f}\approx-\dfrac{nx^2}{2R}+\dfrac{x^2}{2R}+\dfrac{x^2}{2f}$ である。

xにかかわらず光学的距離の差がゼロになるには、$-\dfrac{nx^2}{2R}+\dfrac{x^2}{2R}+\dfrac{x^2}{2f}=0$ だから、$\dfrac{x^2}{2}\left(\dfrac{1}{f}-\dfrac{(n-1)}{R}\right)=0$

より、光軸からのずれxにかかわらず位相がずれないためには、焦点距離 $f=\dfrac{R}{n-1}$ であることになる。

（当然、屈折の法則（スネルの法則）を使って求めたものと同じ結論になっている。）