

夏期講習 入門編 第一回 等加速度運動

等加速度運動の公式

- ①
- ②
- ③

※ 正の方向、初速度、加速度、時間をチェックせよ！

基本例題

一定の速度で上昇する気球から小さな物体を投げ上げる場合を考えてみよう。気球の速度が 10.0 [m/s] 、気球に対して 20.0 [m/s] で物体を真上に投げたとしよう。なお、物体を投げたときの気球の高さは 30 [m] 、重力加速度は $9.8 \text{ [m/s}^2]$ とする。

問 1 地上の人から見た物体の速度を求めなさい。

問 2 地上の人から見た物体の最高点はいくらになるか。

問 3 物体と気球がすれ違うのは、物体を投げ上げてから何秒後になるか。

問 4 物体と気球がすれ違うとき、気球から見た物体の速度はいくらになるか。

問 5 物体が地上に落下したとき、気球の高さはいくらになるか。

$$v = v_0 + at \quad \dots \textcircled{1}$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2ax \quad \dots \textcircled{3}$$

※ 気球、物体のそれぞれの運動を公式に代入すればよいだけ！（正の方向、初速度、加速度、時間）
後は向きを考えて、具体的な数値を代入するだけのことです！

基本例題

問1 気球の速度と投げ上げた向きが同じだから、速度の足し算になる。

鉛直上向きを正とする！ 物体の速度は $+30.0$ [m/s]（気球の速度 + 投げ上げた速度）

問2 鉛直上向きを正とする。

物体：初速度 $+30.0$ [m/s]、加速度 -9.8 [m/s²]、地上からの高さ $+30.0$ [m]

気球：初速度 $+10.0$ [m/s]、加速度 0 [m/s²]、地上からの高さ $+30.0$ [m] である。

時刻 t [s] で最高点とする。最高点では速度ゼロだから $v = v_0 + at \quad \dots \textcircled{1}$ に代入して
 $0 = 30 - 9.8t$ より、最高点に達するのは $t = 3.06$ [s] のときである。

$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad \dots \textcircled{2}$ に代入して、 $x = 30 \times 3.06 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 3.06^2 = 45.95\dots$ だから、手を離れた位置から 46 [m] 上になる。よって地上からの高さ 76 [m] の位置が最高点だ。

【別解】 $v^2 - v_0^2 = 2ax \quad \dots \textcircled{3}$ に代入して $0^2 - 30^2 = 2 \times (-9.8) \times x$ が成立。 $x = 45.9\dots$ [m] だから、手を離れた位置より上だ。よって、地上から 76 [m] だ。こちらのほうが楽だ！

問3 それぞれの運動を公式に代入して求めればよい。すれ違う時刻を t [s] とする。

等加速度運動の公式 $x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad \dots \textcircled{2}$ に代入してそれぞれの地上からの高さを求めると、物体が $x_1 = 30 \times t - \frac{1}{2} \times 9.8 t^2 + 30$ 、気球が $x_2 = 30 + 10 \times t$ である。すれ違うとき、同じ

高さになるから $30 + 10 \times t = 30 \times t - \frac{1}{2} \times 9.8 t^2 + 30$ が成立する。よって、 $0 = 20t - 4.9t^2$ より、
 $t = 4.08\dots$ だから、すれ違う時刻は 4.1 秒後である。

問4 すれ違うとき (4.1 秒後) の速度は公式より、物体が $v_1 = 30 - 9.8 \times 4.08 = -10.0$ 、気球が 10.0 [m/s] だから、気球から見た物体の速度は $(-10) - (+10) = -20$ より、下向きに 20 [m/s] である。 ※ 相対速度の公式を復習すること！

問5 t [s] のとき、物体が地上に落下したとする。公式 $x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad \dots \textcircled{2}$ に代入すると

物体は $0 = 30 \times t - \frac{1}{2} \times 9.8 t^2 + 30 \quad \dots \textcircled{4}$ 、気球は $x = 30 + 10 \times t \quad \dots \textcircled{5}$ の高さである。④より

$4.9t - 30t - 30 = 0$ だから、 $t = \frac{30 \pm \sqrt{30^2 + 4 \times 4.9 \times 30}}{9.8} = 6.997\dots$ だから、 7 秒後である。

よって、気球の位置は⑤に代入して $x = 100$ だから、気球は地上から 100 [m] の高さだ。

※ 平方根を求める筆算の方法(開平法)を復習しておくこと！