

夏期講習 入門編 第四回 力学的エネルギー保存の法則

力学的エネルギーの公式

- ①
- ②
- ③

基本例題

壁の下部に取り付けられたばね(ばね定数が 300 [N/m])がある。このばねに質量が 200 [g] の物体を押し付けばねを 10 [cm] 縮めた。静かに手を離したところ、物体はばねに弾かれ床の上を滑り出し、やがて飛び出していった。なお、重力加速度は $9.8 \text{ [m/s}^2\text{]}$ とする。

床と物体の間の摩擦力が無視できるとき

問 1 手を離す直前にはばねに蓄えられていた力学的エネルギーを求めなさい。

問 2 ばねから弾かれ飛び出していった物体の速度を求めなさい。

床と物体の間の摩擦力が無視できないとき(静止摩擦係数 0.40 、動摩擦係数 0.20)

問 3 物体の運動はどのようなになるか、詳しく説明しなさい。

※ 物体はばねに弾かれて動くのか、摩擦で物体は静止したまま動かないのか...?

問 4 物体はどの位置で止まるか、説明しなさい。

力学的エネルギーの公式

① 重力による位置エネルギー $U = mgh$

② ばねの弾性力による位置エネルギー $U = \frac{1}{2}kx^2$

③ 運動エネルギー $K = \frac{1}{2}mv^2$

基本例題

問1 公式に代入するだけで終わりの問題だが、単位に注意する！

$U = \frac{1}{2}kx^2$ に代入して、 $U = \frac{1}{2} \times 300 \times 0.1^2 = 1.5$ だから、手を離す直前にばねに蓄えられていた力学的エネルギーは 1.5 [J] である。 ※ 10[cm]=0.10[m] だよ！

問2 床と物体の間の摩擦力が無視できるときだから、力学的エネルギーが保存する。ばねから

弾かれた物体の速度を v とすると $1.5 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times v^2$ が成立。 ※ 200[g]=0.20[kg] だよ！

よって、 $v = 3.87\dots$ だから、ばねに弾かれた物体の速度は 3.9 [m/s] である。

問3、4 床と物体の間の摩擦力が無視できないとき（静止摩擦係数 0.40、動摩擦係数 0.20）

物体が動くのか静止したままなのか？ 滑り出すのか？ ※ まずこの判定だよ！

手を離す直後のばねの力は、フックの法則より 30 [N] である。物体の最大摩擦力はより大きいので物体は動き出す（滑り出す）。 ※ 滑り出す(動く)ので、次は「運動方程式」だよ！

ばねから離れるまでの運動は？（ばねが自然長になったとき離れる！）

動摩擦力は $F' = \mu' N$ より $F' = 0.2 \times 0.2 \times 9.8 = 0.392$ [N] である。そのときまでに摩擦りに逆らって仕事は $0.392 \times 0.1 = 0.0392$ [J] である。

エネルギー保存の法則より、物体に与えられる運動エネルギーはばねのエネルギーから摩擦に逆らってする仕事を減じたものになる。

よって、 $1.5 - 0.0392 = 1.46\dots$ だから、 $1.46 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times v^2$ より、 $v = 3.820\dots$ だから、ばねから離れた直後の速度は 3.8 [m/s] である。

ばねから離れてからの運動は？

離れてからは、動摩擦力だけを受ける。摩擦りに逆らってする仕事分だけ運動エネルギーが減少してゆく。運動エネルギーがゼロになったとき物体が止まる。

よって、 $1.46 - 0.392 \times x = 0$ より、 $x = 3.72\dots$ だから、静止するまでに物体が進む距離は、ばねから離れてから 3.7 [m] ……問4 である。（手を離してからでは、3.8 [m] 進んだ位置で止まる）