

## 夏期講習 入門編 第五回 総合問題①

〔標準問題〕 右図にあるように、ばね定数  $300 \text{ [N/m]}$  の短かくて軽いばねを間に挟み  $3.0 \text{ [g]}$  と  $2.0 \text{ [g]}$  の小さな物体 A、B があり、このばねを押し縮めて A、B を合体させた。

横幅が  $2.00 \text{ [m]}$  の水平で滑らかな机の両端にストッパーを取り付け、物体 A、B が落ちないようにした机がある。

ばねを押し縮めて合体させた物体 A、B をこの机の中央に、置き、両物体から手を離した。手を離すと両物体はばねに弾かれ左右に動き出しそれぞれがストッパーに当たる。このとき、物体 B が物体 A より先にストッパーに当たった。

そこで、両物体がストッパーに同時にあたるように机の適当な位置に置いたところ、手を離してから  $2.5 \text{ [s]}$  後にストッパーに同時に衝突した。

**問1** ばねに弾かれたときの両物体の速度を求めなさい。

**問2** 両物体を置いた位置を求めなさい。

**問3** 両物体が合体したとき、ばねが縮んだ長さはいくらか。

※ このままの問題では何をどうしたら良いのか分かりにくい。問題を分かりやすいように分解してみよう。

- ① ばねに弾かれた両物体の速度は当然未知数だから、物体 A が左に  $v_A \text{ [m/s]}$ 、物体 B が右に  $v_B \text{ [m/s]}$  としよう。 ※ 未知数が2つだから関係式を2つ作れば解ける！
- ② 両物体が弾かれた「水平方向に外力が働かないので水平方向の運動量が保存する」を使えば関係式が1つ作れる。
- ③ 短いばね → ばねが伸びる時間は無視。 小さな物体 A、B → 大きさは無視。  
机のストッパーに当たるまでの時間が  $2.5 \text{ [s]}$  から関係式が1つ作れる。
- ④ 関係式2つで未知数2つだから、後は計算するだけで、両物体の速度が分かる。
- ⑤ 両物体を机に置いた位置は簡単にわかる（距離＝速さ×時間）。
- ⑥ 力学的エネルギー保存の法則を使えば、ばねの縮みは求まる。

以上のように考えれば最初の設問よりずっと分かり易くなる。よって、問題は次のようになる。

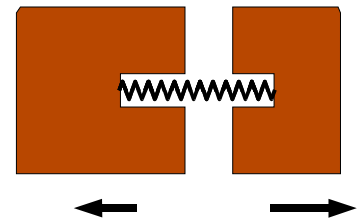
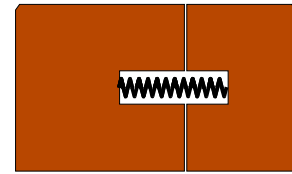
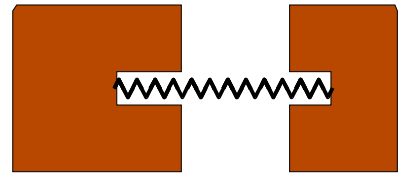
**問1** 運動量保存の法則を使って  $v_A$ 、 $v_B$  の関係式を作れ。

**問2** ストッパーに当たる時間が  $2.5 \text{ [s]}$  であることから、距離＝速さ×時間 を使って、 $v_A$ 、 $v_B$  の関係式を作れ。

**問3** 両物体の速度を求めなさい。

**問4** 距離＝速さ×時間 を使って、両物体を置いた位置を求めなさい。

**問5** 力学的エネルギー保存の法則をつかって、ばねの縮みを求めなさい。



夏期講習 入門編 第五回 総合問題① 解答・解説

**[標準問題]** 右図にあるように、ばね定数  $300 \text{ [N/m]}$  の短かくて軽いばねを間に挟み  $3.0 \text{ [g]}$  と  $2.0 \text{ [g]}$  の小さな物体 A、B があり、このばねを押し縮めて A、B を合体させた。

横幅が  $2.00 \text{ [m]}$  の水平で滑らかな机の両端にストッパーを取り付け、物体 A、B が落ちないようにした机がある。

ばねを押し縮めて合体させた物体 A、B をこの机の中央に、置き、両物体から手を離した。手を離すと両物体はばねに弾かれ左右に動き出しそれぞれがストッパーに当たる。このとき、物体 B が物体 A より先にストッパーに当たった。

そこで、両物体がストッパーに同時にあたるように机の適当な位置に置いたところ、手を離してから  $2.5 \text{ [s]}$  後にストッパーに同時に衝突した。

**※ このままの問題では何をどうしたら良いのか分かりにくい。問題を分かりやすいように分解してみよう。**

- ① ばねに弾かれた両物体の速度は当然未知数だから、物体 A が左に  $v_A \text{ [m/s]}$ 、物体 B が右に  $v_B \text{ [m/s]}$  としよう。 **※ 未知数が2つだから関係式を2つ作れば解ける!**
- ② 両物体が弾かれた「水平方向に外力が働かないので水平方向の運動量が保存する」を使えば関係式が1つ作れる。
- ③ 短いばね → ばねが伸びる時間は無視。 小さな物体 A、B → 大きさは無視。  
机のストッパーに当たるまでの時間が  $2.5 \text{ [s]}$  から関係式が1つ作れる。
- ④ 関係式2つで未知数2つだから、後は計算するだけで、両物体の速度が分かる。
- ⑤ 両物体を机に置いた位置は簡単にわかる（距離＝速さ×時間）。
- ⑥ 力学的エネルギー保存の法則を使えば、ばねの縮みは求まる。

**以上のように考えれば最初の設問よりずっと分かり易くなる。よって、問題は次のようになる。**

**問1** 運動量保存の法則を使って  $v_A$ 、 $v_B$  の関係式を作ればよい。

右向きを正として、両物体は最初は静止しているので速度はゼロである。

$$3.0 \times 0 + 2.0 \times 0 = 3.0 \times (-v_A) + 2.0 \times (+v_B) \text{ だから、 } 3v_A = 2v_B \cdots \textcircled{1}$$

**問2** ストッパーに当たる時間が  $2.5 \text{ [s]}$  であるので、距離＝速さ×時間 から  $v_A$ 、 $v_B$  の関係式を作ればよい。

物体 A の移動距離は  $v_A \times 2.5$ 、物体 B の移動距離は  $v_B \times 2.5$  だから、

両者を合計すると机の幅に等しい。よって、 $2.5(v_A + v_B) = 2.0 \cdots \textcircled{2}$  である。

**問3** ①より  $v_B = 1.5v_A$  を②に代入して、 $v_A = \frac{2.0}{6.25} = 0.32$ 、 $v_B = 0.48$  である。

よって、物体 A は左に  $0.32 \text{ [m/s]}$ 、物体 B は右に  $0.48 \text{ [m/s]}$  に動く。

**問4** 距離＝速さ×時間 より、物体 A の移動距離は  $0.32 \times 2.5 = 0.80$  より、机の左端から  $80 \text{ [cm]}$  ( $0.80 \text{ [m]}$ ) である。

**問5** 両物体の運動エネルギーの合計がばねのエネルギーに等しい。

ばねの縮みを  $x \text{ [m]}$  とすると、

$$\frac{1}{2} \times 300 \times x^2 = \frac{1}{2} \times (3.0 \times 10^{-3}) \times 0.32^2 + \frac{1}{2} \times (2.0 \times 10^{-3}) \times 0.48^2 \text{ より、 } x = 1.58 \dots \times 10^{-3} \text{。}$$

よって、ばねの縮みは  $1.6 \text{ [mm]}$  である。