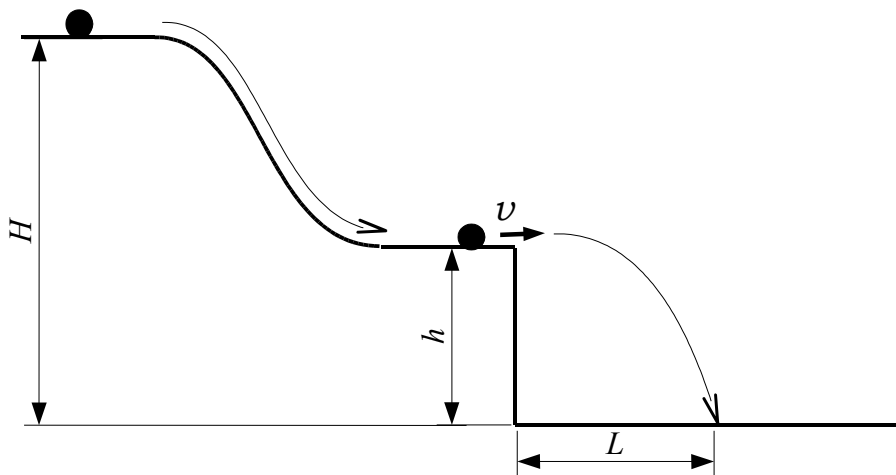


物体を最も遠くへ飛ばすためにはどうすればよいのか？



高さ H から斜面を下り加速し、水平に小物体を飛び出させる。斜面の下端部の高さを h を適当な大きさにとって小物体が最も遠くまで飛び、床上に落ちるようにしたい。

飛び出す高さを高くすると、床に落ちるまでの時間が長くなるが、小物体の飛び出す速度が小さくなり、小物体は遠くへは飛ばない。

飛び出す高さを低くしすぎると、飛び出す速度は大きくなるが、床に落ちるまでの時間が短くなるので、飛んでいる時間が短くなる。そのため小物体は遠くへは飛ばない。

高くもなく、低くもなく最適の高さにすれば小物体は最も遠くへ飛ぶはずだ。この最適の高さとはいくらだろうか？ 小物体が飛び出す最適の高さを求めてください。なお、重力加速度を g として考える。

[解答]

物体を最も遠くへ飛ばすためにはどうすればよいのか？（解説）

小物体が飛び出す速度を v とし、力学的エネルギー保存の法則より $mg(H-h)=\frac{1}{2}mv^2$

が成立する。これより、小物体が飛び出す速度は $v=\sqrt{2g(H-h)}$ である。

飛び出してからは水平投射運動（水平方向は等速運動、鉛直方向は等加速度運動）だから、鉛直方向について、等加速度運動の公式 $x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$ に代入して、 $h=0+\frac{1}{2}gt^2$ だから、

落下時間は $t=\sqrt{\frac{2h}{g}}$ 後である。水平方向は等速運動だから、床に落ちる位置は飛び出した位

置から水平右向きの距離が $L=\sqrt{2g(H-h)}\times\sqrt{\frac{2h}{g}}=2\sqrt{h(H-h)}$ である。飛び出す高さ h

を変数として最大値を求めればよい。飛ぶ距離 $L=2\sqrt{h(H-h)}=2\sqrt{\frac{H^2}{4}-\left(h-\frac{H}{2}\right)^2}$ と変形す

ればよい。これより、小物体の落下距離 L の最大値は $h=\frac{H}{2}$ のとき、 $L=H$ である。

【結論】 最初の高さの半分の高さから飛びださせると、小物体は最も遠くまで飛ぶ。その最大距離は飛び出させる高さに等しくなる。（意外に簡単に答えがでるものだ！）