

等加速度運動の公式 練習⑥ 「斜方投射運動」

公式 (この公式は必須の公式です!)

距離の公式 $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \dots(1)$

速度の公式 $v = v_0 + a t \quad \dots(2)$

おまけの公式 $v^2 - v_0^2 = 2 a x \quad \dots(3)$

応用問題 「屋上から地上にボールを投げる法」

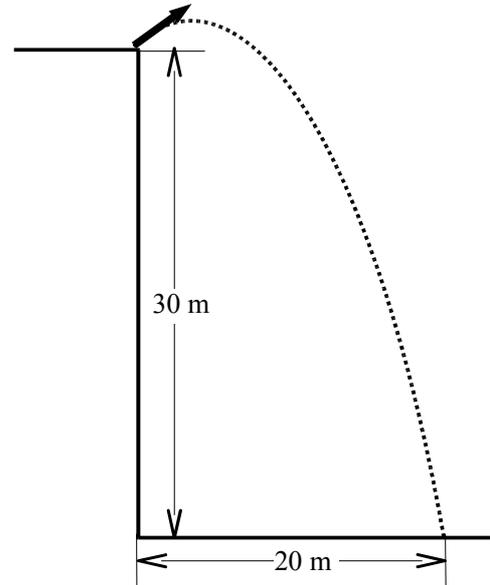
高さ 30 [m] のマンションの屋上から、そこから水平距離 20 [m] 離れた地上の位置にボールを投げ落としたい。水平面より 30° 上方に斜めになげるとき、ボールの初速をいくらにすればよいか。重力加速度を 9.8 [m/s²] として解きなさい。

準備

ボールの初速度を v [m/s]、落下するまでの時間を t [s] 秒後とする。

※ 未知数が t と v の2つだから、解を求めるには関係式が2つ必要になる!

また、水平方向は等速運動、鉛直方向が等加速度運動となるので、分離して考える。



関係式を作る段階

鉛直方向について 等加速度運動の公式を使って、関係式を作る。 **下向きを正として考えよう。**

$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ より、 $\dots(1)$

$v = v_0 + a t$ より、 $\dots(2)$

$v^2 - v_0^2 = 2 a x$ より、 $\dots(3)$

でも、使うのは (1) だけですが。

水平方向について 等速運動になるのだから、

距離 = 速度 × 時間 より、 $\dots(4)$

以上の関係式が成立する。

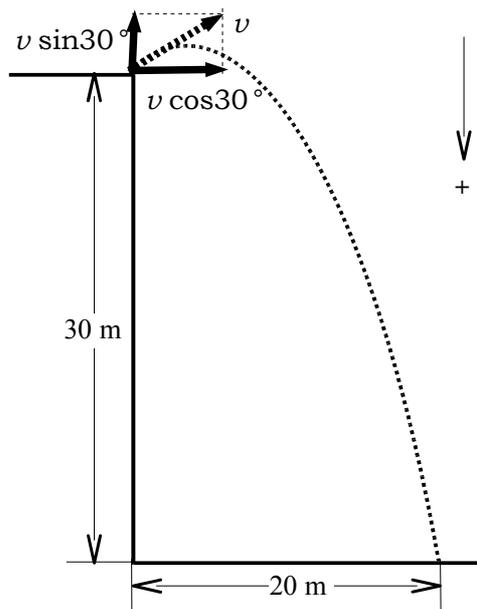
関係式を解く段階 ヒント: (1) と (4) の2式より、未知数 v と t を求めればよいですね。

(1) と (4) より、 v を消去して、 t を求め、最後に v (答) を求めればよい。(以降はノーヒントです)

等加速度運動の公式 練習⑥ 「斜方投射運動」 解答・解説

応用問題 「屋上から地上にボールを投げる法」

高さ 30 [m] のマンションの屋上から、そこから水平距離 20 [m] 離れた地上の位置にボールを投げ落としたい。水平面より 30° 上方に斜めに投げるとき、ボールの初速度をいくらにすればよいか。なお、重力加速度を 9.8 [m/s²] とし解きなさい。



関係式を作る段階 (この部分が物理の中心部分です)

鉛直方向について 等加速度運動の公式を使って、関係式を作る。

鉛直下向きが正の向きとする。移動距離は下向きに 30 [m] より $x = (+30)$ 、鉛直方向の初速度は上向きに $v \sin 30^\circ$ より $v_0 = (-v \sin 30^\circ)$ 、加速度は下向きだより $a = (+9.8)$ だ。

よって $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ より、

$$(+30) = (-v \sin 30^\circ) \times t + \frac{1}{2} \times (+9.8) \times t^2 \text{ が成立する。整理して、 } 4.9 t^2 - \frac{v t}{2} - 30 = 0 \dots$$

(1) である。未知数が2つだから (1) だけでは解けない(当然!)。

水平方向について 「水平方向は等速運動」になるから、距離 = 速度 × 時間 より、

$$(+20) = (+v \cos 30^\circ) \times t \text{ より、 } 20 = \frac{\sqrt{3} v t}{2} \dots (2) \text{ が成立する。これで2式になり解ける!}$$

関係式を解く段階 ヒント: (1) と (2) の2式より、未知数 v と t を求めればよいのです!

この段階に入ると数学の計算だけです。することは、連立方程式の未知数を求めるだけです。

最初に、 $4.9 t^2 - \frac{v t}{2} - 30 = 0 \dots (1)$ 、 $\frac{\sqrt{3} v t}{2} = 20 \dots (2)$ から t を求めてみよう。

$$(2) \text{ より } v t = \frac{40}{\sqrt{3}} \text{ だから、(1) に代入し } 4.9 t^2 - \frac{20\sqrt{3}}{3} - 30 = 0 \text{ となるので } t = \sqrt{\frac{90 + 20\sqrt{3}}{3 \times 4.9}}$$

である。よって、ボールが地上に落下するまでの時間は $t = 2.91$ [s] である。

次に、(2) に $t = 2.91$ を代入して $v \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2.91 = 20$ となるから、 $v = 7.93\dots$ である。

よって、屋上から投げるボールの初速度 7.9 [m/s] であれば、水平距離で 20 [m] 離れた地上の所定の場所に落下することになる。