

等加速度運動の公式 練習⑦ 「斜方投射運動」

公式 (この公式は必須の公式です!)

距離の公式 $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \dots(1)$

速度の公式 $v = v_0 + a t \quad \dots(2)$

おまけの公式 $v^2 - v_0^2 = 2 a x \quad \dots(3)$

応用問題 「バスケットボールがうまくなる？」

高さ 4.0 [m] の高さにあるリングに 3.0 [m] 離れた床からボールを投入したい。水平面より 60° 上方に斜めに投げるとき、ボールの初速をいくらにすればよいか。重力加速度を $9.8 \text{ [m/s}^2]$ として解きなさい。

準備

ボールの初速度を $v \text{ [m/s]}$ 、ゴールに入るまでの時間を $t \text{ [s]}$ 秒後とする。

※ 未知数が t と v の2つであるので関係式が2つだ!

また、水平方向は等速運動、鉛直方向が等加速度運動となるので、分離して考える。

関係式を作る段階

鉛直方向について 等加速度運動の公式を使って、関係式を作る。 **上向きを正として考えよう。**

$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ より $\dots(1)$

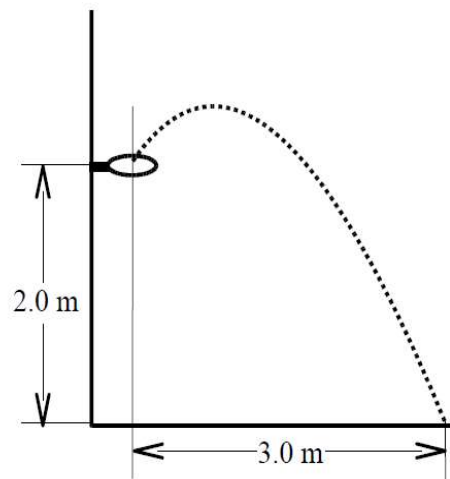
水平方向について 等速運動になるのだから、

距離 = 速度 × 時間 より、 $\dots(2)$

以上の関係式が成立する。

関係式を解く段階 ヒント: (1) と (2) の2式より、未知数 v と t を求めればよいですね。

(1) と (2) より、 v を消去して、 t を求め、最後に v (答) を求めればよい。(以降はノーヒントです)



等加速度運動の公式 練習⑦ 「斜方投射運動」 解答解説

応用問題 「バスケットボールがうまくなる？」

高さ 4.0 [m] の高さにあるリングに 3.0 [m] 離れた床からボールを投入したい。水平面より 60° 上方に斜めに投げるとき、ボールの初速度をいくらにすればよいか？ 重力加速度を $9.8[\text{m/s}^2]$ として解きなさい。

準備

ボールの鳥が水平線から 45° の高さに見えたときに、石をある速度で投げると石が鳥にあたるようにしたい。ボールの初速度を v [m/s]、ゴールに入るまでの時間を t [s] 秒後とする。

※ 未知数が t と v の2つであるので関係式が2つだ！

また、水平方向は等速運動、鉛直方向が等加速度運動となるので、分離して考える。

関係式を作る段階

鉛直方向について 等加速度運動の公式を使って、関係式を作る。 **上向きを正として考えよう。**

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \text{ より } (+2.0) = (-v \times \sin 60^\circ) t + \frac{1}{2} \times (+9.8) \times t^2 \text{ が成立する。整理して、}$$

$$9.8 t^2 - \sqrt{3} v t - 4 = 0 \cdots (1) \text{ である。}$$

水平方向について 等速運動になるのだから、

$$\text{距離} = \text{速度} \times \text{時間} \text{ より、 } 3.0 = v \times \cos 60^\circ \times t \text{ であるので、 } 6 = v t \cdots (2) \text{ である。}$$

関係式を解く段階 ヒント： (1) と (2) の2式より、未知数 v と t を求めればよいですね。

$$(1)、(2) \text{ より } v \text{ を消去して、 } 9.8 t^2 - 6\sqrt{3} - 4 = 0 \text{ だから } t = \sqrt{\frac{6\sqrt{3} + 4}{9.8}} = 0.807 \dots \text{ である。}$$

よって、ゴールに達するまでの時間は 0.81 [s] である。

$$6.0 = v t \text{ に代入して、 } v = 7.429 \dots \text{ だから、ボールの初速度は } 7.4 \text{ [m/s] であれば良い。}$$

[一般解]

この場合、投げる角度を θ にしたときに必要な初速度を v とする。

鉛直方向について 等加速度運動の公式を使って、関係式を作る。 **上向きを正として考えよう。**

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \text{ より、 } 2.0 = v \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2 \cdots (1)$$

水平方向について 等速運動になるのだから、

$$\text{距離} = \text{速度} \times \text{時間} \text{ より、 } 3.0 = v \cos \theta \cdot t \cdots (2)$$

以上、2式を解けばよい。

$$(2) \text{ より } t = \frac{3}{v \cos \theta} \text{ であるので、(1) に代入して } 2 = 3 \tan \theta - \frac{44.1}{v^2 \cos^2 \theta} \text{ だから、整理して求め}$$

ると、角度 θ で投げ上げるときの初速度は $v = \sqrt{\frac{44.1}{(3 \tan \theta - 2) \cos^2 \theta}}$ である。

問題の場合のように $\theta = 60^\circ$ のときでは、必要な初速度は $v = \sqrt{\frac{44.1}{(3 \tan 60^\circ - 2) \cos^2 60^\circ}}$ より、

$v = 7.429 \dots$ より、 7.4 [m/s] である。