

等加速度運動の公式 練習⑧

「斜方投射運動の応用」

公式 (この公式は必須の公式です!)

距離の公式 $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ …(1)

速度の公式 $v = v_0 + a t$ …(2)

おまけの公式 $v^2 - v_0^2 = 2 a x$ …(3)

応用問題 「狩猟技術を磨く？」

今は原始時代である。草原を走る獲物に石を命中させて獲物を得たい。獲物の急所は地上から高さ 1.5 [m] であり、一定の速さ 10 [m/s] で西から東に向かって走っている。

獲物の走路の O 点から南側 30 [m] 離れた地面に投石器を北に向けて適当な仰角で設置した。投石器から発射される石の初速度は 20 [m/s] である。投石器の引き金を自動的に引くためのスイッチを獲物の走路の適当な位置に仕掛けた。

- (1) 獲物に投石器から発射される石が命中するためには、投石器の仰角をいくらにするとよいか。
- (2) 投石器の引き金を引くスイッチをどこに置けばよいか。

解答にたどり着くための手順

- ① 投石器の仰角を θ とし、飛んで行く石が獲物の急所に当たるまでの時間を t とする。
- ② 等加速度運動の公式を適用して、関係式を作る。
- ③ 関係式を解いて時間 t と仰角 θ を求める。

関係式を作る段階

鉛直方向は等加速度運動だから、等加速度運動の公式 $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ を適用して、

…(a) が成立する。

水平方向は等速運動だから、距離=速さ×時間 を適用して

…(b) が成立する。

関係式を解く段階

等加速度運動の公式 練習⑧

「斜方投射運動の応用」

応用問題 「狩猟技術を磨く？」

今は原始時代である。草原を走る獲物に石を命中させて獲物を得たい。獲物の急所は地上から高さ 1.5 [m] であり、一定の速さ 10 [m/s] で西から東に向かって走っている。

獲物の走路の O 点から南側 30 [m] 離れた地面に投石器を北に向けて適当な仰角で設置した。投石器から発射される石の初速度は 20 [m/s] である。投石器の引き金を自動的に引くためのスイッチを獲物の走路の適当な位置に仕掛けた。

- (1) 獲物に投石器から発射される石が命中するためには、投石器の仰角をいくらにするとよいか。
- (2) 投石器の引き金を引くスイッチをどこに置けばよいか。

解答にたどり着くための手順

- ① 投石器の仰角を θ とし、飛んで行く石が獲物の急所に当たるまでの時間を t とする。
- ② 等加速度運動の公式を適用して、関係式を作る。
- ③ 関係式を解いて時間 t と仰角 θ を求める。

以上の手順で解けばよい。

関係式を作る段階

鉛直方向は等加速度運動だから、等加速度運動の公式 $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ を適用して、

$1.5 = 20 \times \sin \theta \times t + \frac{1}{2} \times (-9.8) \times t^2 \cdots (a)$ が成立する。また、水平方向は等速運動だから、

距離 = 速さ × 時間 を適用して、 $20 \times \cos \theta \times t = 30 \cdots (b)$ が成立する。

関係式を解く段階

(a) より $(1.5 + 4.9 t^2)^2 = (20 t \sin \theta)^2$ 、(b) より $30^2 = (20 t \cos \theta)^2$ だから、辺々足算して、 $(1.5 + 4.9 t^2)^2 + 900 = 400 t^2$ だから $24.01 t^4 + 14.7 t^2 + 2.25 + 900 = 400 t^2$ である。

$X = t^2$ として整理すると、 $24.01 X^2 - 385.3 X + 902.25 = 0$ である。2次方程式の解の公式を使って求めると $X = \frac{385.3 \pm \sqrt{(385.3)^2 - 4 \times 24.01 \times 902.25}}{24.01 \times 2}$ である。 $X = 2.8466 \dots$ または $13.15 \dots$ が得られる。 $X = t^2$ より、 $t = 1.68$ または 3.62 である。

(b) に代入して、 \cos の値を求め、三角関数表から投石器の仰角を求めれば良い。

$t = 1.68$ のときが $\cos \theta = 0.296$ だから $\theta = 72^\circ$ である。

$t = 3.62$ のときが $\cos \theta = 0.126$ だから $\theta = 82^\circ$ である。

投石器のスイッチの置き場所

以上より、投石器の仰角と投石器の引き金のスイッチの設置場所は次のようにすればよい。

投石器の仰角を 72° にした場合、投石器のスイッチの置き場所は 0 点から 16.8 m 西側

投石器の仰角を 82° にした場合、投石器のスイッチの置き場所は 0 点から 12.6 m 西側

これで、獲物は自動的に捕らえることができる。