

**気体の変化 基本**

( )組( )番 氏名( )

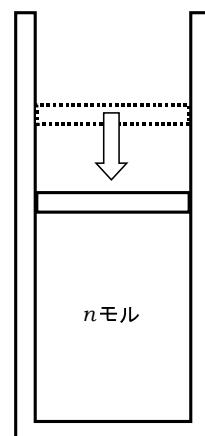
**初級** 断面積が  $S$  [ $\text{m}^2$ ] のシリンダー(円筒形容器)に  $n$  モルの単原子分子理想気体が入れられ、質量  $m$  [kg] のピストンで閉じられている。最初はシリンダーを水平に置き、ピストンが自由に動けるようにしておいたところ、シリンダーの底から  $L_0$  [m] の位置でピストンは静止した。なお、気体の温度を  $T_0$  [K]、大気圧を  $P_0$  [Pa]、気体定数  $R$  [J/mol·K] として以下の問いに答えなさい。

(1) 最初のピストンの位置はシリンダーの底からどれくらいであったか。 $L_0$  を求めなさい。



次に、シリンダーを鉛直に立てたところ、ピストンの重さでシリンダー内の気体を押し縮めたため、ピストンが下に下がった。しばらく放置しておくと、気体の温度は徐々に下がり、元の温度  $T_0$  [K] になった。そのときのピストンの位置はシリンダーの底から  $L$  [m] であった。

(2) シリンダー内の圧力はいくらになるか。

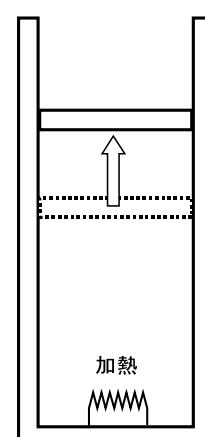


(3) ピストンの位置はシリンダーの底からどれくらいの距離か。 $L$  を求めなさい。

(4) シリンダーを立てたときにシリンダー内の気体の温度が上がった理由を40字以内で答えなさい。

次に、シリンダー内の抵抗  $r$  [ $\Omega$ ] のヒータに電流  $I_0$  [A] を流し、気体を加熱して、元の堆積に戻してやった。なお、ヒータから出た熱は全て気体に吸収され、外部には逃げなかつたとする。

(5) 気体の温度はいくらになっているか。



(6) 内部エネルギーはどれだけ増加したか。

(7) シリンダー内の気体がピストンを押し上げたときにした仕事を求めなさい。

(8) 気体に加えた熱量を求めなさい。

(9) 電流を流していた時間はいくらか。

初級 気体の状態方程式  $PV = nRT$  が基本。他の公式を含めて、公式の使い方がこのタイプの問題。

- (1) シリンダー内の気体の圧力を  $P$  [Pa]とする。シリンダー内の気体が押す力は  $F_1 = PS$ 、大気がピストンを押す力は  $F_2 = P_0S$  である。ピストンに働く力がつりあうので、 $P = P_0$  になる。したがって、理想気体の状態方程式  $PV = nRT$  より、 $P_0SL_0 = nRT_0 \cdots ①$ だから、底から  $L_0 = \frac{nRT_0}{P_0S}$  [m]  $\cdots ②$  の位置である。

- (2) シリンダー内の気体の圧力を  $P'$  [Pa]とする。シリンダー内部の気体が押し上げる力は  $P'S$ 、大気圧が押し下げる力が  $P_0S$ 、ピストンの重力が  $mg$  だから、ピストンにかかる力の釣り合いから、 $P'S = P_0S + mg$  になる。したがって、シリンダー内の圧力は  $P' = P_0 + \frac{mg}{S}$  [Pa]  $\cdots ③$  である。

- (3) 状態方程式より、 $\left(P_0 + \frac{mg}{S}\right)SL = nRT_0 \cdots ④$ だから、①、④より、 $L = \left(\frac{P_0S}{P_0S + mg}\right)L_0$  になる。

**参考** このとき、ピストンは  $L_0 - L = \left(1 - \frac{P_0S}{P_0S + mg}\right)L_0 = \frac{mgL_0}{P_0S + mg}$  [m] 下がる。

- (4) 「**気体が圧縮されて外部から仕事(エネルギー)をされるので内部エネルギーが増加する。すなわち気体の温度が上がる。**」

- (5) 圧力は  $P' = P_0 + \frac{mg}{S}$  で一定で、ピストンの位置は元の  $L_0$  [m]、気体の温度を  $T$  [K] とすると、状態方程式は  $\left(P_0 + \frac{mg}{S}\right)SL_0 = nRT$  である。したがって、 $T = \frac{(P_0S + mg)L_0}{nR}$  [K]。また、これに②を代入して  $L_0$  を  $T_0$  と置きかえると  $T = \frac{(P_0S + mg)T_0}{P_0S}$  [K]とも書ける。

- (6) 内部エネルギーの公式  $U = \frac{3}{2}nRT$  より、内部エネルギーの増加は  $\Delta U = U' - U$  だから、 $\Delta U = \frac{3}{2}nR(T - T_0)$  であるので  $\frac{3}{2}nR(T - T_0) = \frac{3}{2}nR\left(\frac{P_0S + mg}{P_0S}T_0 - T_0\right) = \frac{3nRmg}{2P_0S}T_0$  だから、内部エネルギーの増加量は  $\Delta U = \frac{3nRmg}{2P_0S}T_0$  [J] である。また、①を使って  $\Delta U = \frac{3}{2}mgL_0$  ともかける。

- (7) 気体が外部にする仕事は  $W = P\Delta V$  だから、気体がピストンにした仕事は  $W = \left(P_0 + \frac{mg}{S}\right)S(L_0 - L)$  になる。

$W = (P_0S + mg)\frac{mgL_0}{P_0S + mg}$  だから、気体がピストンを押し上げるときにした仕事は  $W = mgL_0$  [J] である。

**別解** ピストンが上がったときの位置エネルギーの増加が  $mg(L_0 - L) = \frac{(mg)^2 L_0}{P_0S + mg}$  [J]、大気圧に逆らってした仕事が  $P_0S(L_0 - L) = \frac{mgL_0 P_0 S}{P_0S + mg}$  [J] だ。シリンダー内部の気体がした仕事はピストンが上がったときの位置エネルギーの増加と大気圧に逆らってした仕事の和だから、 $W = \frac{(mg)^2 L_0}{P_0S + mg} + \frac{mgL_0 P_0 S}{P_0S + mg} = mgL_0$  [J] である。

- (8) 気体に加えた熱量  $Q$ 、外部にした仕事  $W$ 、と内部エネルギーの増加  $\Delta U$  とすると、 $Q = \Delta U + W$  だから、 $Q = \frac{3}{2}mgL_0 + mgL_0 = \frac{5}{2}mgL_0$  [J] である。

- (9) 抵抗  $r$  [ $\Omega$ ]に電流  $I_0$  [A]を  $t$  [s] 流したときに発生するジュール熱  $Q$  [J] は  $Q = I_0^2 rt$  になるので、 $\frac{5}{2}mgL_0 = I_0^2 rt$  だから、電流を流した時間は  $t = \frac{5mgL_0}{2I_0^2 r}$  [s] になる。