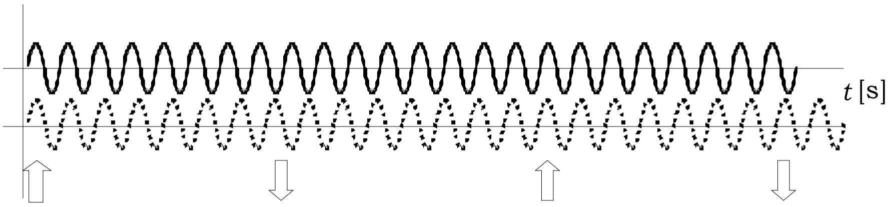
物理プリント（うなり）　　（　　）組（　　）番　氏名（　　　　　　）

うなり　→　[　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　]

公式　**うなりの振動数　→「振動数の差」がうなりの振動数**

証明

二つの波を重ね合わせたとき、強め合う時刻は位相（角度に相当する部分）が一致した「上向矢印のとき」、弱め合う時刻は位相が逆転している「下向き矢印のとき」だ。したがって、強め合うか、弱め合うかは位相の違いを見ればよい。



二つの音の振動を式で示すと $y_1 = A\sin 2\pi f_1 t$ 、$y_2 = A\sin 2\pi f_2 t$ だ。

振動の位相が[　　　]ずれると再び位相が一致する。（位相差が[　　　]の整数倍のとき位相が一致）

時刻ゼロのときは位相がどちらもゼロで一致している。（位相差ゼロ）

強め合っているときから次に強め合うときまでの時間を T とすると、

$t = T$ のとき、それぞれの位相は[　　　　　]、[　　　　　]である。

そのときの位相差は[　　　　　　　]になる。

次に強め合うときだから位相差は[　　　]だから、[　　　　　　　　]＝[　　]

これより、次に強め合うまでの時間（うなりの周期）T をもとめると　T = [　　　　　　　　　]

したがって、うなりの振動数 F は[　　　　　　　　　　] だ。

別解　[三角関数合成による方法]　$y_1 = A\sin 2\pi f_1 t$ 、$y_2 = A\sin 2\pi f_2 t$　の合成された振動は $y = y_1 + y_2$ であるので、三角関数の和積変換公式を適用して、y = [　　　　　　]であるので、[　　　　　]が振幅に相当する振動数[　　　　　　　]の振動になる。この振動数は元の二つの振動数の[　　　　]になる。したがって、元の振動数の平均値の音の振幅が変化し、A' = 0 のとき、音が消え、$|A'| = 2A$ のとき、音が大きくなる。したがって、うなりの振動数は[　　　　　]である。

初級 振動数が 400[Hz]だとされているおんさAと振動数が正確に 400[Hz]の振動数のおんさBを二つ同時に鳴らしたところ、一秒間に 3 回のうなりが聞こえた。つぎの各問いに答えなさい。

(1)　400[Hz]だとされているおんさAの実際の振動数はいくらといえるか（答えは2つある）。

400[Hz]だとされているおんさAの腕の部分に針金を巻きつけた。おんさAは少し音の高さが低くなり、針金を巻きつけたおんさAとおんさBを同時に鳴らすとうなりはなくなった。

(2)　おんさAの元の振動数はいくらであったのか（答えは1つになる）。

(3)　おんさAに針金を巻きつけたとき、音が低くなった理由を説明してください。

物理プリント（うなり）　解説

うなり → 振動数がわずかに異なる音を同時に鳴らすと音の大きさ(振幅)が周期的に変化する現象をいう。

公式 **うなりの振動数 →「振動数の差がうなりの振動数」**

証明

二つの波を重ね合わせたとき、強め合う時刻は位相が一致した「上向矢印のとき」、弱め合う時刻は位相が逆転している「下向き矢印のとき」だ。

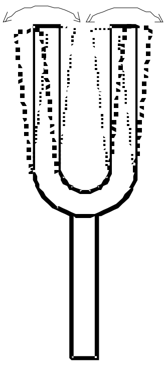
二つの音の振動を式で示すと $y_1=A\sin 2\pi f_1 t$ 、$y_2=A\sin 2\pi f_2 t$ だから、t [s]のときのそれぞれの振動の位相は $2\pi f_1 t$ 、$2\pi f_2 t$ である。ふたつの振動の位相が 2π ずれると再び位相が一致する。 t=0 のとき強め合っている(位相はともにゼロで一致)。 次に強め合うときまでの時刻(うなりの周期に相当)を t = Tとすると、位相差は $|2\pi f_1 T-2\pi f_2 T|=2\pi$ であるので、うなりの周期は $T=\dfrac{1}{|f_1-f_2|}$ である。したがって、うなりの振動数 Fは $F=\dfrac{1}{T}=|f_1-f_2|$ である。

別解 ［三角関数合成による方法］ $y_1=A\sin 2\pi f_1 t$ 、$y_2=A\sin 2\pi f_2 t$ の合成された振動は $y=y_1+y_2=A\sin 2\pi f_1 t+A\sin 2\pi f_2 t$ であるので、三角関数の和積変換公式を適用して、$y=2Asin\dfrac{2\pi(f_1+f_2)t}{2}\cos\dfrac{2\pi(f_1-f_2)t}{2}$ であるので、$A'=2A\cos\dfrac{2\pi(f_1-f_2)t}{2}$ が振幅に相当する振動数 $y=A'\sin\dfrac{2\pi(f_1+f_2)t}{2}$ の振動になる。この振動数は元の二つの振動数の平均値になる。したがって、元の振動数の平均値の音の振幅が変化し、$\left|\cos\dfrac{2\pi(f_1-f_2)t}{2}\right|=0$ のとき、音が消え、$\left|\cos\dfrac{2\pi(f_1-f_2)t}{2}\right|=1$ のとき、音が大きくなる。したがって、うなりの振動数は $|f_1-f_2|$ である。

初級 おんさAの振動数を f [Hz]とする。うなりの振動数は二つの振動数の差である。

(1) $|f-400|=3$ より、$f=400\pm 3$ である。 おんさAの実際の振動数は 397[Hz]か 403[Hz]である。

(2) 針金を巻きつけると低い音(振動数の小さい音)が出るので、(1)で求めたおんさA振動数で考えてみる。397[Hz]であったとすると、針金を巻いたおんさAはそれより低い音が出るのだから、おんさBの振動数400[Hz]より差は 3 よりおおきくなるはずだ。そのときのうなりの振動数は増えることになるので矛盾。一方 403[Hz]だとすると、針金を巻いて振動数が小さくなりちょうど 3 [Hz]小さくなると 400[Hz]ちょうど振動数の差がなくなり、うなりはおきない。したがって、おんさAの元の振動数は 403[Hz]だったことになる。



(3) おんさが振動するときの様子は、おんさの腕の部分がばねのようにたわみ、腕の部分が振動する。腕の先に針金を巻いても腕の根っこの部分のばねの復元力は変わらないが腕の部分の質量は重くなる。力(復元力)は同じで質量が増えているのだから、運動の法則 $f=ma$ により加速度は小さくなる。したがって、動きはゆっくりとなるので振動数は減る。