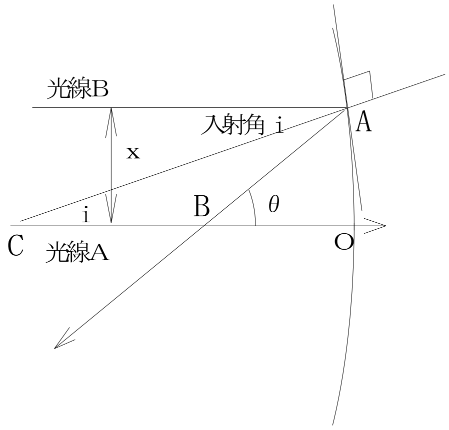
物理プリント　凹面鏡の焦点距離　　　　組　　番　氏名（　　　　　　　　）

［1］ 曲率半径が大きな凹面鏡の焦点距離を求めてみよう。

(A)「反射の法則」を使って求める



まず、光軸を通る光線Aと光軸からわずかな距離 x 離れた光線Bが凹面鏡に入射する。

凹面鏡の曲面の半径を R（ただし、$R>>x$）とする。

右図の入射角は i → $\sin i$ = [　　　　　　　　]

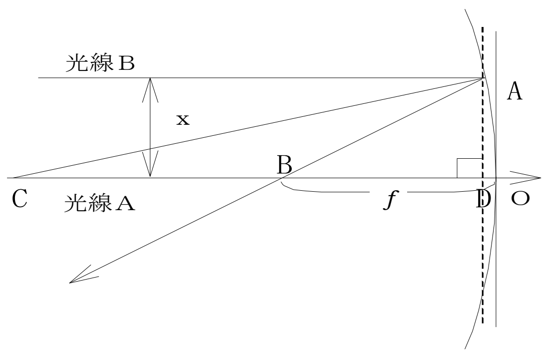
θ が十分に小さいとき　$\sin\theta\simeq\tan\theta\simeq\theta$ であるので、入射角 i = [　　　　　　　　] …①である。

また、反射の法則より ∠CAB $=i$ …② である。

また、光が集まる点Bが焦点なので反射鏡からBまでの距離が焦点郷里 f とする。 光線Aと光線Bは平行なので入射角 i と θ の関係は θ =[　　　　]…③である。ここで、近似式 $\sin\theta\simeq\tan\theta\simeq\theta$ を使って、θ を x、f で示すと θ = [　　　　　　]…④が成立する。これらより、θ を消去すると、光線Bは x に関わらず、常に反射鏡からB点までの距離 f = [　　　　　]の位置に光が集まることになる。これは、凹面鏡の軸に平行にに入ってくる光線がすべて、同じ位置（焦点）に集まることを示している。 このB点をこの反射鏡の「焦点」といい、OBの距離を「焦点距離」という。

凹面鏡の焦点距離 → [　　　　　　　　　　　　　　　　　　]

(B)「光の干渉」により求める



光軸を通る光線Aと光軸から x 外れた光線Bが干渉すると考える。焦点にはすべてのコースの光が強め合うことが必要（焦点に光が集まることから）。

光が互いに強め合う

→　位相がずれないので光学距離が等しい

光学的距離の差 →「AB」と「DO+OB」の差より

OB（焦点距離に相当）を f とすると、x << R より

$OD=$　　　　　　　、$AB=\sqrt{DB^2+x^2}=$　　　　　　　　　　　　　　である。近似式を利用して変形すると、光学的距離の差は

$AB-(DO+OB)=$

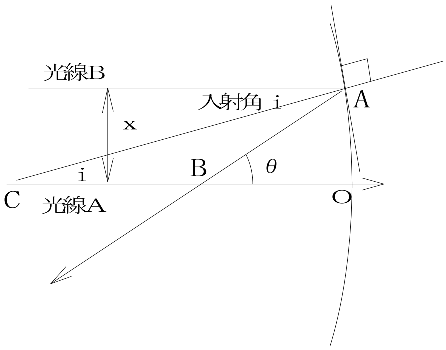
上の関係式より $1-\dfrac{2f}{R}=0$ のところでは、x に関わらずこの距離の差が常にゼロになっている。

したがって、凹面鏡から距離 $f=\dfrac{1}{2}R$ にすべての光が強められ、焦点距離が $f=\dfrac{1}{2}R$ になることを示す。

物理プリント　凹面鏡の焦点距離　（解説）

曲率半径が大きな凹面鏡の焦点距離を求めてみよう。

(A) 反射の法則を使って求める



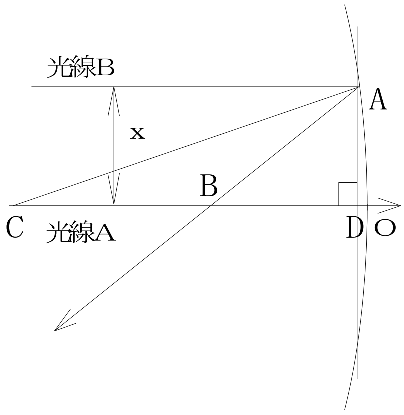
まず、光軸を通る光線Aと光軸からわずかな距離 x 離れた光線Bが凹面鏡に入射する。

凹面鏡の曲面の半径を R（ただし、$R>>x$ ）とすると、凹面鏡で反射するときの入射角は i は、この凹面鏡の曲面の半径が十分大きいので $i=\dfrac{x}{R}$ 。また、入射角と反射角が等しいから $\angle CAB=i$ 。また、光線Aと光線Bは平行なので $q=2i$ である。

θ は微少角なので $\theta \simeq \sin\theta \simeq \tan\theta$ の近似式が使えるから $q=\dfrac{AO}{BO}=\dfrac{x}{f}$ が成立する。これより、θ を消去すると $\dfrac{2x}{R}=\dfrac{x}{f}$ となる。 光線Bは x に関わらず、常にOBが $f=\dfrac{R}{2}$ が成立すると常に強め合うことになる。これは、凹面鏡の軸に平行にに入ってくる光線がすべて、同じ位置（焦点）に集まることを示している。 このOBの距離を焦点距離という。

結論　**凹面鏡の焦点距離　→　曲面の半径の二分の一に等しい**

(B) 干渉により求める



光軸を通る光線Aと光軸から x 外れた光線Bが干渉すると考える。焦点にはすべてのコースの光が強め合うことが必要（焦点に光が集まることから）。

この2つのコースの光が互いに強め合うためには位相がずれない(それぞれの光学距離が等しい)ければよい。二つのコース間の光学的距離の差は「AB」と「DO+OB」の差である。この差が x によらず常に強め合うように干渉を起こせばよい。

OBを f とすると、$OD=\dfrac{x^2}{2R}$ 、$AB=\sqrt{DB^2+x^2}=\sqrt{(f-OD)^2+x^2}$

である。

近似式を利用して整理すると、光学的距離の差は

$$AB-(DO+OB)=\sqrt{\left(f-\frac{x^2}{2R}\right)^2+x^2}-\left(\frac{x^2}{2R}+f\right)=\frac{\left(f-\frac{x^2}{2R}\right)^2+x^2-\left(\frac{x^2}{2R}+f\right)^2}{\sqrt{\left(f-\frac{x^2}{2R}\right)^2+x^2}+\left(\frac{x^2}{2R}+f\right)}$$

$$=\frac{1}{2f}\left(x^2-\frac{2fx^2}{R}\right)=\frac{1}{2f}x^2\left(1-\frac{2f}{R}\right)$$ である。

したがって、光学的距離の差が $f=\dfrac{1}{2}R$ のところでは、x に関わらず常にゼロになる（位相はずれないので、光が強めあう）。 これは **「凹面鏡の焦点距離は、曲面の半径の２分の１に等しい」** ことを示している。