弦の振動の物理学

弦の振動の物理学は、弦楽器の理論そのものと同じことになる。両端を固定した紐（弦という）はどのような振動になるかを考える。弦が振動するとき、弦を伝わる波が両端の固定部分に衝突し反射される。このとき、弦を往復する波が重なって「定常波」ができる。一定の長さの弦の場合、自由な振動数の波が生じることはできない。また、**両端が固定端であるため、両端が「節」となる。**

① 弦に生じる定常波の節々間の間隔（半波長）の整数倍が弦の長さと一致する。

② 節々間の間隔は弦を伝わる波の波長の半分に相当する長さである。

③ 弦（弦の線密度[1] ρ [kg/m]、張力 T [N]）を伝わる波の速さは $v=\sqrt{\dfrac{\rho}{T}}$ [m/s] である。

以上の①から③を使って弦の振動数を求めてみよう。

例　線密度 ρ [kg/m]、長さが l [m] の弦を張力 T [N] で引いて両端を固定した。この弦の振動数を求める手順を考えてみよう。

基本振動　最初は、**両端が節、中央に腹が一つだけとなる** [　①　] **振動** について考えてみる。この場合、②より、節々間隔（半波長）の長さは弦の長さに一致していることから、波の波長は [　②　] [m] である。

また、③より、弦を伝わる波の速さは $v=\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$ [m/s] になる。また、弦に起きる波の振動数を f [Hz] とすると、「波長×振動数=波の速さ」の関係が成立するので [　③　] の関係式が成立する。よって、この弦の基本振動数は [　④　] [Hz] である。

倍振動　**弦の途中にも節が存在する（腹が複数個存在する）場合は「倍振動」という。**この場合、節々間隔の長さの整数倍が弦の長さに相当するから、腹の数を m 個とする。このとき現に起きる波の波長は、[　⑤　] [m] であるので、振動数を f [Hz] とすると、「波長×振動数=波の速さ」が成立し [　⑥　] の関係式が成立する。よって、弦の振動数は [　⑦　] [Hz] と表すことができる。したがって、$m=1$ とすれば、基本振動の振動数と一致するから、振動数の公式として1つにまとめることができ、[　⑦　]（m は自然数）と表すことができる。

以上より、弦の張力 T を高めると（弦を強く張ると）、弦の振動数は [　⑧　] なり、[　⑨　] 音がでる。

また、弦の長さ l を長くすると、振動数が [　⑩　] なり、[　⑪　] 音がでる。

実際の弦楽器を見ても、弦が長い楽器（大型の弦楽器）であるコントラバスは [　⑫　] 音が出る。また、弦が短い楽器（小型の弦楽器）であるバイオリンは [　⑬　] 音がでる。

それぞれの弦楽器には弦が複数ある。太くて重い弦（線密度 ρ が大きい弦）は [　⑭　] 音用の弦として、細くて軽い弦（線密度 ρ が小さい弦）は [　⑮　] 音用の弦となっている。

弦の調律は弦の張力の強弱で調節する。張力を大きくする（強く張る）と [　⑯　] 音になり、ゆるく張ると [　⑰　] 音になる。このことも、楽器を扱ったことがある人は良く知っているはずだ。

1　線密度　単位長さあたりの質量を示す物理量。単位は [kg/m] である。

弦の振動の物理学　　（解説）

弦の振動の物理学は、弦楽器の理論そのものと同じことになる。両端を固定した紐（弦という）はどのような振動になるかを考える。弦が振動するとき、弦を伝わる波が両端の固定部分に衝突し反射される。このとき、弦を往復する波が重なって「定常波」ができる。一定の長さの弦の場合、自由な振動数の波が生じることはできない。また、**両端が固定端であるため、両端が「節」となる。**

①　弦に生じる定常波の節々間の間隔（半波長）の整数倍が弦の長さと一致する。

②　節々間の間隔は弦を伝わる波の波長の半分に相当する長さである。

③　弦（弦の線密度[2]　ρ　[kg/m]、張力　T　[N]）を伝わる波の速さは　$v=\sqrt{\dfrac{\rho}{T}}$　[m/s] である。

以上の①から③を使って弦の振動数を求めてみよう。

例　線密度　ρ　[kg/m]、長さが　l　[m] の弦を張力　T　[N] で引いて両端を固定した。この弦の振動数を求める手順を考えてみよう。

基本振動　最初は、**両端が節、中央に腹が一つだけとなる「基本振動」**について考えてみる。この場合、②より、節々間隔（半波長）の長さは弦の長さに一致していることから、波の波長は　$2l$　[m] である。

また、③より、弦を伝わる波の速さは　$v=\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$　[m/s] になる。また、弦に起きる波の振動数を　f　[Hz] とすると、「波長×振動数=波の速さ」の関係が成立するので　$2l\times f=\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$　の関係式が成立する。よって、この弦の基本振動数は　$f=\dfrac{1}{2l}\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$　[Hz] である。

倍振動　**弦の途中にも節が存在する（腹が複数個存在する）場合は「倍振動」という。**この場合、節々間隔の長さの整数倍が弦の長さに相当するから、腹の数を　m　個とする。このとき現に起きる波の波長は、　$\dfrac{2l}{m}$　[m] であるので、振動数を　f　[Hz] とすると、「波長×振動数=波の速さ」が成立し　$\dfrac{2l}{m}\times f=\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$　の関係式が成立する。よって、振動数は　$f=\dfrac{m}{2l}\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$　[Hz] と表すことができる。したがって、　$m=1$　とすれば、基本振動の振動数と一致するから、振動数の公式として1つにまとめることができ、　$f=\dfrac{m}{2l}\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$　（m は自然数）と表すことができる。

以上より、弦の張力 T を高めると（弦を強く張ると）、弦の振動数は大きくなる（高い音がでる）。また、弦の長さ l を長くすると、振動数が小さくなる（低い音がでる）。

実際の弦楽器を見ても良く分かる。弦が長い楽器（大型の弦楽器）であるコントラバスは低い音が出る。また、弦が短い楽器（小型の弦楽器）であるバイオリンは高い音がでる。

それぞれの弦楽器には弦が複数ある。太くて重い弦（線密度　ρ　が大きい弦）は低音弦として、細くて軽い弦（線密度　ρ　が小さい弦）は高音弦となっている。

弦の調律は弦の張力の強弱で調節する。張力を大きくする（強く張る）と高音になり、ゆるく張ると低音になる。このことも、楽器を扱ったことがある人は良く知っているはずだ。

2　線密度　単位長さあたりの質量を示す物理量。単位は [kg/m] である。