導出シリーズ　第１回「運動量変化はその間の力積に等しい」

力学の基本はニュートンの「運動の３法則」からすべてが始まる。運動の法則は、次のような部分に分けて説明されている（中学校で学習）。

① 慣性の法則、 ② 運動の法則、 ③ 作用反作用の法則 である。これらについて、ここでは詳しくは述べないので、理解できていない人はよく復習しておくようにしよう。

②の運動の法則は、「物体に力を加えたとき、物体に生じる加速度が力に比例する」、また、「加えた力が同じなら、加速度は質量に反比例する」という法則である。

数式では、加速度を a、力を f、質量を m とすると $a=k\cdot\frac{f}{m}$ （k は比例定数）と表せる。

比例定数 k が 1 となるように力の単位を決めたものが N（ニュートン）単位なのである。この力の単位 N を使うことで、運動の法則は $f=ma$ ・・・(1) と簡単な関係式に表すことができる。

「等加速度運動の計算公式」

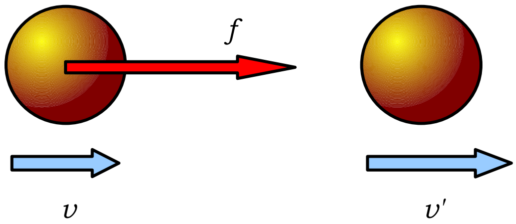
加速度、速度の計算を扱うときに必要となるのが、等加速度運動の公式である。

$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$ ・・・(2)-1、　$v=v_0+at$ ・・・(2)-2、　$v^2-v_0^2=2ax$ ・・・(2)-3

以上の3式だけで、計算することができるのだが、練習不足では使いこなせない公式でもある。

「運動量変化は、その間に加えた力積に等しい！」

右図に示すように、質量 m の物体が速度 v で運動している。このとき、力 f が、時間 t の間だけ働いたとしよう。物体は速度を v' に変える。



物体に生じる加速度は、運動の法則 (1) より、$a=\frac{f}{m}$ だから、等加速度運動の公式(2)-2 より、速度は $v'=v+\frac{f}{m}t$ ・・・(3) に変わる。整理すると $mv'-mv=ft$ と表すことができる。

左辺は「運動量変化」を表し、その値は、その間に加えた力積「ft」に等しいことを示しているので、**「運動量変化は、その間に加えた力積に等しい」**ことが分かる。

では、「動いた距離」から何が導けるのか？ 動いた距離はいくらか計算しよう。

距離 x とすると、等加速度運動の公式(2)-3 より $v'^2-v^2=2\left(\frac{f}{m}\right)x$ ・・・(4) である。

これより、 $\frac{1}{2}mv'^2-\frac{1}{2}mv^2=fx$ が得られる。 これは、**「加えた仕事」が「運動エネルギーの変化に等しい」**ことを示しているのだ。

いろいろな関連の事柄が導き出せることをお分かりになっただろうか？「全ての道はローマに通ず」との有名な言葉は、「全ての力学は『ニュートンの運動法則』に通ず」といえるのでしょうね。