

導出シリーズ 第12回 「点電荷の周りの電位の公式」

点電荷の周りの電界

2つの点電荷(電気量 q と Q)が距離 r 離れて置かれているとき、両点電荷間に働く電気力は、**クーロンの法則** $f = k_0 \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$ で表すことができる。また、電界は点電荷をそこに置いたときに働く力で定義されている。その定義は $f = qE$ である。以上のことから、点電荷 Q のまわりに出来る電界は $E = k_0 \cdot \frac{Q}{r^2}$ と表すことが出来る。

点電荷の周りの電位の定義

電位を考えると、電位の基準点(電位がゼロの位置)を定める必要がある。この場合、点電荷から無限に離れた位置(無限遠方)を電位の基準点としよう。

電位は、「電位の基準点からその位置まで単位電荷を運ぶのに必要な仕事量」とであると定義されている。

したがって、点電荷 Q から距離 r 離れた位置の電位 V は、無限遠方から点電荷との距離 r まで単位電荷(1[C])を運ぶ仕事を考えれば求まることになる。

点電荷の周りの電位の計算

無限遠方という位置は扱いにくいので、十分遠い距離 R としよう。このとき、距離 r まで単位電荷を運ぶ仕事を求める。微小区間に分解することで、力が一定とみなせる区間で仕事の計算し、それらの仕事の総和を求める方法で計算する。

2点間を N 等分して、それぞれの距離を $r_n = R + \frac{r-R}{N} \cdot n$ ($k=0, 1, 2, \dots, N$) とする。

n 番目の点から $n+1$ 番目の点を単位電荷を運ぶとき、必要な力は $f_n = k_0 \cdot \frac{Q \cdot 1}{r_n^2} = \frac{k_0 \cdot Q}{r_n \cdot r_{n+1}}$

としてよい($r_n \approx r_{n+1}$ であるから)。動かす距離は $r_n - r_{n+1}$ あるから、2点間を運ぶときの

仕事量は $W_n = \frac{k_0 Q}{r_{n+1} r_n} (r_n - r_{n+1}) = k_0 Q \cdot \left(\frac{1}{r_{n+1}} - \frac{1}{r_n} \right)$ である。よって、距離 R から距離 r まで

運ぶ仕事の総量は $W = W_0 + W_1 + W_2 + \dots + W_{N-1}$ であるから、 $W = k_0 Q \cdot \left(\frac{1}{r_{N-1}} - \frac{1}{r_0} \right)$ に

なる。 $r_0 = R$ 、 $r_{N-1} = R + \frac{(r-R)(N-1)}{N}$ であるから、 N が十分に大きければ $r_{N-1} = r$ とな

るから、距離 R から距離 r まで単位電荷を運ぶ仕事は $W = k_0 Q \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)$ である。

最初に設定した位置 R を無限大まで遠くなるようにすると($R \rightarrow \infty$)、単位電荷を無限遠方から距離 r まで運ぶ仕事量は $W = k_0 \cdot \frac{Q}{r}$ となる。

よって、電位の定義「電位の基準点からその位置まで単位電荷を運ぶのに必要な仕事量」か

ら、結論「**点電荷 Q から距離 r 離れた位置の電位は $V = k_0 \cdot \frac{Q}{r}$ である**」が導かれた!