

導出シリーズ 第13回 「交流電圧の最大値と実効値」

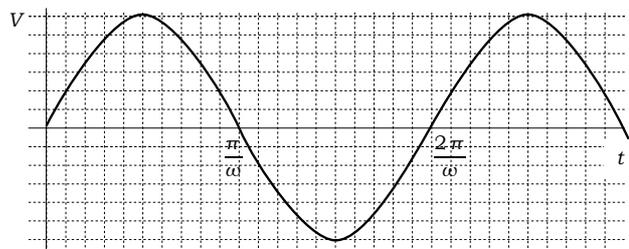
直流と交流

直流とは電圧が一定の値で、交流は電圧が時間とともに変化するものと区別する。交流は電圧の変化により、いろいろな交流が考えられる。日常使われている家庭用の交流は「正弦波交流」という交流である。文字通り電圧の変化が正弦(サイン)関数になるものである。

正弦波交流 $V = V_0 \sin \omega t$ 、 $\omega = 2\pi f$

交流(正弦波交流)では、電圧の最大値は V_0 になるのは数学のとして決まる。しかし、実効値(平均値)には定義が必要になる。

交流の電圧の実効値は、「**抵抗を接続したときに消費される電力が等しくなる直流電圧**」と定義する。



消費電力の計算から実効値を求める

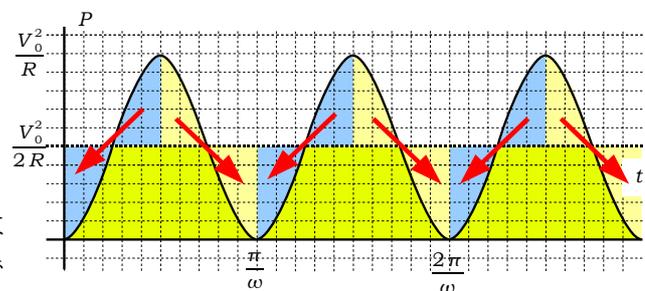
直流電圧 V_D に抵抗 R を接続する。このときの消費電力は $P = \frac{V_D^2}{R}$ である。

交流電圧 $V = V_0 \sin \omega t$ に抵抗 R を接続する。このときの消費電力は $P = \frac{(V_0 \sin \omega t)^2}{R}$

である。当然、消費電力は時間とともに変動しているから平均値を求めればよい。三角関数の公式 $\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$ を用いて整理すると、

式 $\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$ を用いて整理すると、

$$P = \frac{V_0^2 (1 - \cos 2\omega t)}{2R} \text{ である。}$$



右図のグラフを見れば消費電力の平均値は簡単に分かる。山の上半分を谷に埋める操作で平均の値が分かる。よって、このときの消費電力

の平均値は $\bar{P} = \frac{V_0^2}{2R}$ である。交流電圧の実効値はその消費電力が等しくなる直流の電圧に等

しいとするから、消費電力が等しくなる直流電圧は $V_D = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$ となる。よって、交流電圧の実効値

を V_e とすると、交流電圧の実効値は $V_e = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$ と表せる。

なお、以上の説明は「正弦波交流」の実効値の公式であり、その他の交流の実効値としては適用できないことに注意する!

※ 消費電力の平均値は積分法を使って、グラフの面積を求める方法でも計算は可能である。

この方法を使って求めると、その他の交流の場合でも電圧の実効値の計算が可能だ。