

導出シリーズ 第21回 「ドップラー効果の公式を導く その2」

ドップラー効果を扱う入試問題はたびたび出題されている 2006 年のセンター試験でも出題されていた。このように重要な物理現象扱われている「ドップラー効果」について考察してみる。基本的には小学校の算数での「旅人算」、「通過算」など解法と同じ考え方を使えば解ける単純なのである。よって、それほど理解するのに苦労はないだろう。

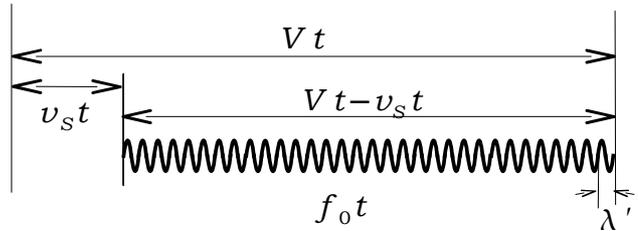
ドップラー効果の公式を導く その2

前回は 1 周期の時間に注目し空間に放たれる音波の波長を使ってドップラー効果の公式を導いた。今回は、それとは異なる着目の公式導出法を紹介しよう。

音源 S、観測者 O ともに、音源 S から観測者 O の向きに速さ v_s 、 v_o [m/s] で近づく場合

ある時刻で音源から音波を発したとする。t 秒後、音波の先頭は Vt 先に進んでいる。また、音波の最後尾は音源の位置だから $v_s t$ の位置である。その間に $f_0 t$ 個の波が入っている。よって、空間に放たれた音波の波長は

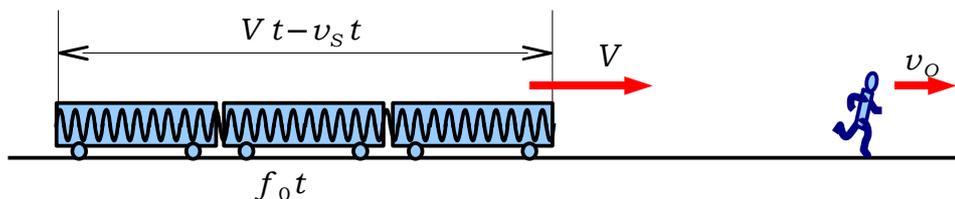
$$\lambda' = \frac{Vt - v_s t}{f_0 t} \text{ である。}$$



空間に放たれた音波の波長に注目すると...

空間に放たれた音波が、観測者を波長1つ分追い越す時間が「観測者が聞く音波の周期」に相当する！ よって、その観測者が聞く音波の周期は $T' = \frac{\lambda'}{V - v_o} = \frac{V - v_s}{f_0 (V - v_o)}$ である (小学校

算数での「通過算」の計算!)。よって、観測者が聞く音の振動数は $f = f_0 \cdot \frac{V - v_o}{V - v_s}$ [Hz] である。



音波列に注目すると...

また、こういう考えも OK だ。「長さ $Vt - v_s t$ の間に波が $f_0 t$ 個含まれる音波列(これを列車と考えよ!）」が音速 V で進んでいる。この音波列(列車)が速度 v_o で進む観測者を追い越す。音波列(列車)の先頭が観測者に達してから音波列の最後尾が観測者を追い越すまでの時間

間は $t' = \frac{Vt - v_s t}{V - v_o}$ と書ける (小学校算数での「通過算」の計算!)。

音波列が観測者を追い越すとき、 $f_0 t$ 個の波が通り抜けることになる。よって、そのときの単位時間当たりの波の数(波の振動数)は $f = \frac{f_0 t}{t'}$ である。これが観測者が聞く音波の振動数になるのだ。よって、観測者が聞く音波の振動数は $f = f_0 \cdot \frac{V - v_o}{V - v_s}$ である。