導出シリーズ　第34回　「コンデンサーのリアクタンス」

コンデンサーのキャパシタンス（電気容量）については十分に理解しているでしょう。リアクタンス（交流における電気抵抗としての働き）について物理Ⅱの交流回路で登場するため理解できていない人も多い。また、公式として与えられているものを暗記しているだけの人がほとんどでしょう。そこで、今回は「コンデンサーのリアクタンス」について取り上げてみましょう。

［交流と抵抗］

電気抵抗 R [Ω] の抵抗に周波数（振動数） f [Hz] 、最大値 V_0 [V] の交流電源を接続する。このとき流れる電流を求めてみよう。このとき使用するのはオームの法則　$V=IR$　である。

最初に、交流電源の電圧を式で表してみよう。時刻 t [s] のとき、電圧が　$V=V_0\sin 2\pi f t$　[V] とする。ここで、角振動数　$\omega=2\pi f$　とおいて　$V=V_0\sin\omega t$　･･･① とする場合が多い（以下この表記をとる）。

オームの法則　$V=IR$　に①を代入すると、抵抗に流れる電流は　$I=\dfrac{V_0}{R}\sin\omega t$　である。変形して　$I=\dfrac{V_0}{Z_R}\sin(\omega t+0)$　（ただし、　$Z_R=R$　）と表す。　$Z_R=R$　を抵抗のレジスタンス（抵抗値）という。抵抗の場合、電流の位相には変化がない。

［交流とコンデンサー］

電気容量 C [F] のコンデンサーに前述の交流電源を接続する。このとき流れる電流を求めてみよう。このとき、使用するのはコンデンサーの公式　$Q=CV$　である。

公式　$Q=CV$　に①を代入すると、コンデンサーに蓄えられている電気量は　$Q=CV_0\sin\omega t$　である。ここで、わずかな時間　Δt　[s] たったとき、コンデンサーに蓄えられている電気量の変化は　$\Delta Q=CV_0\sin\omega(t+\Delta t)-CV_0\sin\omega t$　である。三角関数の加法定理を使って整理すると、　$\Delta Q=CV_0\{\sin\omega t\cos\omega\Delta t+\cos\omega t\sin\omega\Delta t\}-CV_0\sin\omega t$　になる。　Δt　が微小量なので、近似式　$\sin\omega\Delta t\approx\omega\Delta t$　、　$\cos\omega\Delta t\approx 1$　が成立（1次近似）し、　$\Delta Q=CV_0\cos\omega t\cdot\omega\Delta t$　･･･② が成立する。

コンデンサーに蓄えられている電気量の変化は、コンデンサーに流れ込む電流により引き起こされる。コンデンサーに流れ込む電流を I [A] とすると、わずかな時間　Δt　[s] の間に流れた電気量は　$\Delta Q=I\Delta t$　である（電流の定義）。

以上より、　$\omega CV_0\cos\omega t\Delta t=I\Delta t$　が成立するので、コンデンサーに流れ込む電流は　$I=\omega CV_0\cos\omega t$　と表すことができる。これを変形、整理すると　$I=\left(\dfrac{V_0}{Z_C}\right)\sin\left(\omega t+\dfrac{\pi}{2}\right)$　（ただし、　$Z_C=\dfrac{1}{\omega C}$　）である。　$Z_C=\dfrac{1}{\omega C}$　はコンデンサーのリアクタンスといい、前述の抵抗と同じ意味を表す量であり、もちろん単位は [Ω] である。抵抗のときと異なり、電流の位相が　$\dfrac{\pi}{2}$　進む。

※ コンデンサーの場合、電圧の位相と電流の位相にずれが　$\dfrac{\pi}{2}$　なる。そのため、電圧が最大になるとき、電流が流れない！
電圧がゼロのとき、電流が最大となる！（普通に考えると奇妙意思えるのですが…）