

導出シリーズ 第43回 「反射の法則」② ～フェルマーの原理～

太陽の光を鏡で反射させ、反射する角度にはどのような法則があるのかを、小、中学生も知っている。しかし、なぜそのような法則が成り立つのかを小中学生が説明できるまでにはなっていない。高校物理を学習している高校生なら、「反射の法則」の「入射角＝反射角」となることを、波が伝わる「基本の法則」から論理的に導くことができるはずである。

【波の伝播の基本法則】

波が伝わるルールについて考えた代表的な科学者は2人いたのだ。一人は、オランダの科学者ホイヘンス(1629-1695)であり、もう一人は、フランスの科学者フェルマー(1601-1665)である。二人の考え方には大きな違いがあるが、そのルールによる結論「波(光)が伝わる経路」は同じ結果が得られる(当然!)。今回は、ホイヘンスが考えた「ホイヘンスの原理」を使って、「反射の法則(入射角＝反射角)」を導出してみることにしよう。

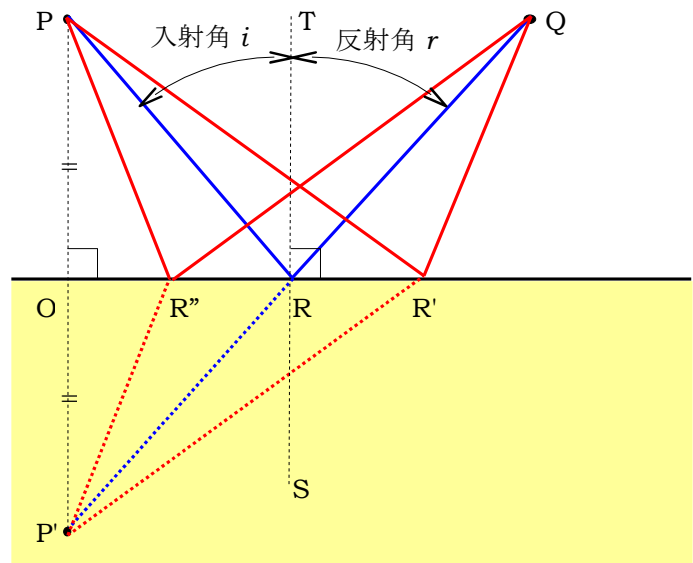
【フェルマーの原理】

「光は最短時間となる経路を通る！」という明快な原理が「フェルマーの原理」である。

こんなに簡単な原理で反射、屈折などの波(光)の経路を説明できるのだろうか? と心配になるほどの見事な原理である。【参考】2004年度 東京大学2次試験に「フェルマーの原理」が出題されている。

【導出過程】

「入射角と反射角は等しい」という反射の法則を「フェルマーの原理」を使って導きだすことにしよう。右図に示すように、P点からQ点に向かう経路を考える。「入射角と反射角が等しい」経路での反射点をRとしておく。それ以外の経路をとれば伝達時間が長くなることを示せばよい。この場合、波が伝わる媒体は同一だから伝達速度は一定である。よって、伝達時間は経路の長さに比例する。よって、距離が最小の経路を示せばよいことになる。



P点の反射面に面对称の点P'を考える。

PP'を垂直二等分する線上の点Rだから $PR = P'R$ が成立する。同様に、 $PR' = P'R'$ 、 $PR'' = P'R''$ である。したがって、PからQへの経路の長さは、それぞれ PRQ 、 $PR'Q$ 、 $PR''Q$ である。これらの経路の長さについて比較してみよう。

直角三角形 $\triangle OPR$ において、 $\angle OPR + \angle ORP = \angle R$ である。平行線の錯角は等しいから $\angle OPR = i$ である。入射角と反射角が等しいときだから、 $i = r$ である。

以上より、 $\angle QRP' = 2\angle R$ になる。よって、 QRP' は直線となり、それ以外の経路では直線にならない。

「三角形の2辺の和は他の1辺より長い(2点間を結ぶ最短経路は直線である)」から、それ以外の経路の場合(たとえば $QR'P'$ など)、 QRP' より経路が長くなることになる。よって、これらの経路のうち、最短経路となるのは「入射角＝反射角」のときである。