

導出シリーズ 第44回 「屈折の法則」～ホイヘンスの原理～

「ホイヘンスの原理」

ある時点での波の波面¹に注目する。ホイヘンスの原理は、「ある時点での「波面」の上にある各点から「素元波」という小さな球面波が一斉に発生し、それが広がると考える。このときに生じたすべての「素元波」の波面に接する線(面)²が「新しい波面」となる」というものだ。

「ホイヘンスの原理を使って導出する！」

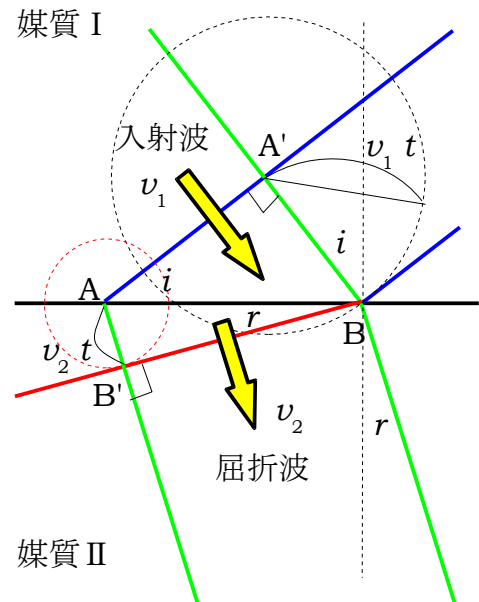
媒質Ⅰでの波の速さを v_1 、媒質Ⅱでの波の速さを v_2 とし、入射波の波面 AA' (青色実線) に注目する。

入射波の波面 AA' 上の A' 点に生じた素元波(青色破線)が媒質Ⅰ、Ⅱの境界の B 点に達するまでの時間を t として、素元波の広がりを計算してみよう。

A 点に生じる素元波(赤色破線)は媒質Ⅱを速さ v_2 で広がり、 t 秒後にはその半径が $v_2 t$ になる。

同様に、入射波の波面 AA' 上の A' 点に生じた素元波(青色破線)は媒質Ⅰを半径 $v_1 t$ まで広がり B 点に達する。その直後、B 点に生じた素元波が媒質Ⅱに広がる。しかし、その半径はゼロである(直後だから！)。

ホイヘンスの原理によると、素元波の共通接線(正確に言えば、「包絡線」)が新しい波面となるのだから、媒質Ⅱに広がった2つの素元波の共通接線(赤色実線)から屈折波の波面が求められる。これが、BB'(赤色実線)の波面である。波の進行方向は波面に垂直なので、緑色の方向に屈折波は進むことになる。



以上より、入射波の入射角 i 、屈折波の屈折角 r とすると、右上の図のようになる。

$\angle AA'B = \angle R$ より $\angle A'AB + \angle ABA' = \angle R$ (三角形の内角の和は 180°) である。

また、 $i + \angle ABA' = \angle R$ である。よって、 $\angle A'AB = i$ である。同様に、 $\angle ABB' = r$ である。

直角三角形 $\triangle AA'B$ において、 $A'B = v_1 t$ 、 $A'B = AB \sin i$ より、 $v_1 t = AB \sin i$ が成立する。同様に、 $v_2 t = AB \sin r$ が成立するので、 $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin i}{\sin r}$ の関係式が成立する。

2つの媒質での波の速度の比は一定だから、 $\frac{v_1}{v_2} = n_{12}$ (n_{12} を、媒質Ⅰに対する媒質Ⅱの屈折率と呼ぶ)とすると、 $n_{12} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}$ となる。また、波の公式より $v_1 = f \lambda_1$ 、 $v_2 = f \lambda_2$ だ

から、 $n_{12} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ が成立する。

よって、「**屈折の法則(スネルの法則)**」 $n_{12} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ が導出できたことになる。

1 波面とは波の同位相の点の集合である(波の山や谷などがわかりやすい)。

2 数学用語で示すと「包絡線(面)」というものである。なお、ホイヘンスの原理では素元波のうち後方へ進む波面については無視している。(論理的な欠陥)。