導出シリーズ　第47回　「消費電力の公式②」～コンデンサーとコイル～

[復習：抵抗の消費電力]

抵抗の消費電力は、直流の場合、電圧が V のとき、 $P=\frac{V^2}{R}$ であった。交流の場合は、最大電圧を V_0 としたとき、最大消費電力は $P_{max}=\frac{V_0^2}{R}$ となり、直流の場合と同じ形になるが、平均消費電力は $P_{avg}=\frac{V_0^2}{2R}$ と異なる形となった。これでは不便だから、同じ形になるようにするため、交流の電圧を $V_e=\frac{V_0}{\sqrt{2}}$ で表す**「電圧の実効値」**とする電圧を導入し、一般に使う電圧のことを表す。そのため、交流の場合でも、直流と同じ公式 $P=VI$ が使えるのだ。したがって、家庭に配電される100V交流は最大電圧が 141 [V] になっているので、 $-141<V<+141$ の間で電圧が変化していることになる。

[コンデンサーの場合]

交流電圧が $V=V_0\sin\omega t$ （ $\omega=2\pi f$ ）に電気容量が C [F] のコンデンサーを接続したとき、このコンデンサーのリアクタンス[1] は $Z_C=\frac{1}{\omega C}$ [Ω] であり、電圧に対する電流の位相は $\frac{\pi}{2}$ 進む。よって、コンデンサーに流れる電流は $I_C=\frac{V_0}{Z_C}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)=\omega C V_0\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$ とかける。よって、コンデンサーの消費電力は

$P=VI_C=\omega C V_0^2\cos\omega t\cdot\sin\omega t=\frac{\omega C V_0^2}{2}\sin 2\omega t$ である。消費電力は変動し、消費電力が正になったり、負になったりしている。変化は正負で対称だから、平均消費電力はゼロである。

[コイルの場合]

交流電圧が $V=V_0\sin\omega t$ （ $\omega=2\pi f$ ）にインダクタンスが L [H] のコイルを接続したとき、このコイルのリアクタンス[2] は $Z_L=\omega L$ [Ω] であり、電圧に対する電流の位相は $\frac{\pi}{2}$ 遅れる。よって、コイルに流れる電流は $I_L=\frac{V_0}{Z_L}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)=\frac{V_0}{\omega L}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$ とかける。よって、コイルの消費電力は $P=VI_L=-\frac{V_0^2}{\omega L}\sin\omega t\cdot\cos\omega t=-\frac{V_0^2}{2\omega L}\sin 2\omega t$ である。よって、消費電力は変動し、消費電力が正になったり、負になったりしている。変化は正負で対称になるから、平均消費電力はゼロである。 よって、**「コイル、コンデンサーともに、交流に対して電力を消費しない！」**

[抵抗との組み合わせの場合]

抵抗 R [Ω]、コンデンサー C [F]、コイル L [H] を直列にして、交流 $V=V_0\sin\omega t$ をかける場合を考えよう。この場合の消費電力はいくらになるのだろうか？ LCR 直列回路のインピーダンスは $Z=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$ であり、電流の位相は $\tan\delta=\frac{\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)}{R}$ を満たす δ だけ遅れ、流れる電流は $I=\frac{V_0}{Z}\sin(\omega t-\delta)$ である。消費電力は抵抗のみだから $P=I^2R$ より

$P=\frac{V_0^2 R}{Z^2}\sin^2(\omega t-\delta)$ である。平均消費電力は $\bar{P}=\frac{V_0^2 R}{2Z^2}$ （ $Z=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$ ）だ。

1　導出シリーズ第34回で扱っています。 交流回路の基本用語ですので、分からない人は教科書や「物理の小道（入門編）」をどうぞ。
2　導出シリーズ 第35回で扱っています。 交流回路の基本用語ですので、分からない人は教科書や「物理の小道（入門編）」をどうぞ。