

導出シリーズ 第51回 「誘電体の比誘電率を意味を探る」

[電気力線と点電荷のまわりの電界]

「電気力線の面積密度が電界に等しい」を使って電界を図式化する方法がある。それは、電荷量 Q [C] の電荷から出入りする電気力線の本数が $4\pi k_0 Q$ [本] または、 $\frac{Q}{\epsilon_0}$ [本] になるという定義を使うものだ。ここで使われている k_0 はクーロンの法則における比例定数であり、 ϵ_0 は真空の誘電率である。また、両者には $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_0}$ の関係が成立する。

「電界を単位面積あたりの電気力線の本数」と定義する。点電荷 q [C] から r [m] 離れた位置での電界は、電気力線の本数 $N = 4\pi k_0 q$ が、半径 r [m] の球の表面積 $S = 4\pi r^2$ を貫いている。よって、電界の強さは $E = \frac{N}{S} = 4\pi k_0 q \div 4\pi r^2$ より $E = k_0 \frac{q}{r^2}$ となるのだ。

[平行板コンデンサーの電気容量の公式]

平行板コンデンサーの極板に $+Q$ [C] と $-Q$ [C] の電荷が蓄えられているとしよう。このとき、コンデンサーの極板間には電気力線が $4\pi k_0 Q$ [本] 発生し、極板の面積が S [m²] だから、極板内に生じる電界は $E = \frac{N}{S}$ (電界の強さは単位面積あたりの電気力線の本数) だから、

電界は $E = \frac{4\pi k_0 Q}{S}$ と表すことができる。極板間の距離が d [m] だから、極板間の電位差は

$V = E d$ になり $V = E d = \frac{4\pi k_0 Q}{S} \times d$ である。よって、コンデンサーの電気容量の定義式が

$Q = C V$ であるので、 $C = \frac{Q}{V} = \frac{S}{4\pi k_0 d}$ となる。よって、この平行板コンデンサーの電気容量

の公式は $C = \frac{S}{4\pi k_0 d}$ または $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$ (ただし、 $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_0}$) と表すことができる。

[誘電体が極板間にある場合] ～ 比誘電率の実体(意味)を探る ～

極板に $+Q$ [C] と $-Q$ [C] の電荷が蓄えられているコンデンサーがある。極板間の誘電体は誘電分極し、表面に電荷 $\pm q$ [C] が生じる。極板の電荷による電気力線は $4\pi k_0 Q$ [本] に対し、誘電体表面にできた分極電荷により、電気力線 $4\pi k_0 q$ [本] が打ち消される。その結果、電気力線の本数は $4\pi k_0(Q - q)$ [本] に減じる。よって、電界は $E = \frac{4\pi k_0(Q - q)}{S}$ にな

る。極板間の距離は d [m] だから、極板間の電位差(電圧)は $V = E d = \frac{4\pi k_0(Q - q)d}{S}$ だか

ら、電気容量の定義式 $Q = C V$ より、電気容量は $C = \frac{SQ}{4\pi k_0(Q - q)d}$ である。

$C = \frac{\epsilon S}{d}$ (ϵ は誘電体の誘電率)と定義するから、 $\epsilon = \frac{Q}{4\pi k_0(Q - q)}$ となる。

真空の誘電率は $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_0}$ 、比誘電率 $\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$ だから、比誘電率は $\epsilon_r = \frac{Q}{Q - q}$ となる。

※ 極板にある電荷の80%の分極電荷が生じる場合、その誘電体の比誘電率が5.0であることになる。