導出シリーズ　第70回　　気体分子の平均速度

［気体の分子運動論］

気体分子のミクロな運動を考えることで、気体のマクロな性質を求めることが「気体の分子運動論」により求めることができた。（詳しくは、導出シリーズ第69回を参照のこと）

気体の圧力は $P=\dfrac{nN_A m\langle v^2\rangle}{3L^3}$ 、気体の温度 $T=\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{N_A}{R}\cdot\dfrac{1}{2}m\langle v^2\rangle$ 、

1分子の運動エネルギー $\dfrac{1}{2}m\langle v^2\rangle=\dfrac{3}{2}kT$（ボルツマン定数 $k=\dfrac{R}{N_A}$ ）

［気体分子の平均速度］

気体1分子の運動エネルギー $\dfrac{1}{2}m\langle v^2\rangle=\dfrac{3}{2}kT$（ボルツマン定数 $k=\dfrac{R}{N_A}$ ）より、単原子気体分子の平均速度 $v_m=\sqrt{\langle v^2\rangle}$ は $v_m=\sqrt{\dfrac{3RT}{mN_A}}$ と表すことができる。このことから、気体の温度が上がるほど分子速度は増加し、気体分子の質量が大きくなるほど分子速度は減少することを示している。

具体的な数値を入れて計算してみよう。もちろん単原子分子の気体を扱ったものだから、対象の気体はヘリウム、ネオン、アルゴンなどの希ガス族の気体としよう。

［ヘリウム］

ヘリウムは原子量が 4.0 である。1 モル（アボガドロ数 6.0×10^{23} 個）で 4.0 [g]（4.0×10^{-3} [kg]）である。気体定数は 8.3 [J/mol・K] だから、温度が T [K] のときの気体分子の平均速度は $v_m=\sqrt{\dfrac{3\times8.3\times T}{4.0\times10^{-3}}}$ [m/s] である。温度 300 [K]（27℃）のとき、 $v_m=13.6\ldots\times10^2$ [m/s] より、1400 [m/s] である。これは、空気中での音速の 4 倍ほどの高速でヘリウム分子が動いていることが分かる。温度が液体窒素温度 77 [K]（-196℃）のときでは、 $v_m=6.92\ldots\times10^2$ [m/s] より、690 [m/s] であり、これでも十分に速い。

［アルゴン］

アルゴンは原子量が 40 である。1 モル（アボガドロ数 6.0×10^{23} 個）で 40 [g]（40×10^{-3} [kg]）である。よって、温度 300 [K]（27℃）のとき、 $v_m=4.32\ldots\times10^2$ [m/s] より、430 [m/s] となり、ずいぶん遅くなる。温度が液体窒素温度 77 [K]（-196℃）のときでは、 $v_m=2.18\ldots\times10^2$ [m/s] より、220 [m/s] となる。

［2原子分子の場合］

2 原子分子の場合、分子の回転運動の運動の影響も加わる。分子の並進運動の運動エネルギーは $\dfrac{3}{2}kT$ 、回転運動の運動エネルギーは $\dfrac{2}{2}kT$ で合わせて、1分子の全運動エネルギーは $\dfrac{5}{2}kT$ となり、気体の内部エネルギーは $U=\dfrac{5}{2}nRT$ と異なるが、並進運動についての平均速度の公式は、単原子分子と同じ公式が適用できることになる。

窒素の場合、分子量が 28 である。1 モル（アボガドロ数 6.0×10^{23} 個）で 28 [g]（28×10^{-3} [kg]）であるから、温度が T [K] のときの気体分子の平均速度は $v_m=\sqrt{\dfrac{3\times8.3\times T}{28\times10^{-3}}}$ [m/s] である。 温度 300 [K]（27℃）のとき、 $v_m=5.16\ldots\times10^2$ [m/s] より、520 [m/s] となる。