導出シリーズ　第71回　　気体の内部エネルギーの公式

[気体の分子運動論]

気体分子のミクロな運動を考えることで、気体のマクロな性質を求めることが「気体の分子運動論」により求めることができた。（詳しくは、導出シリーズ第69回を参照のこと）

気体の圧力は $P=\dfrac{nN_A m\langle v^2\rangle}{3L^3}$ 、気体の温度 $T=\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{N_A}{R}\cdot\dfrac{1}{2}m\langle v^2\rangle$ 、

1分子の運動エネルギー $\dfrac{1}{2}m\langle v^2\rangle=\dfrac{3}{2}kT$ （ボルツマン定数 $k=\dfrac{R}{N_A}$ ）

[気体の内部エネルギー]

気体の内部エネルギーとは、気体が持つ分子のエネルギーの総量のことを表す物理量である。気体の場合、分子間の相互作用（万有引力、電磁気力など）は、相互の距離が十分に離れているので相互作用による位置エネルギーは無視できる。よって、内部エネルギーは、気体分子の運動エネルギーだけを考慮すればよいことになる。

[単原子分子の場合]

単原子分子では、分子の質量が1点に集中（質量は原子核1点に集中）しているため、回転運動によるエネルギー[1]は考慮する必要がない。よって、内部エネルギーは分子の並進運動の運動エネルギーだけを考慮すれば良い。

よって、n モルの気体の温度が T [K] のとき、全分子のエネルギー和は $U=\dfrac{1}{2}m\langle v^2\rangle\times nN_A$

となるので、気体の内部エネルギーは $U=\dfrac{3}{2}nRT$ と表すことができる。

[二原子分子の場合]

2原子分子では、分子を構成している原子が2つあるので、質量が1点に集中しない。1つの原子の質量は原子核1点に集中しているが、原子間の距離が離れているため、回転運動の慣性モーメントの値が無視できない。よって、回転運動によるエネルギーを考慮する必要が生じる。よって、内部エネルギーは分子の並進運動の運動エネルギーだけでなく、分子の回転運動の運動エネルギーを合わせたものとする必要がある。

2原子分子の場合、回転については、原子を結ぶ軸での回転は慣性モーメントがないので、、自由度は2となる。よって、回転運動の運動エネルギーは、分子の自由度が2[2]だから、

$\dfrac{1}{2}I\langle\omega^2\rangle=\dfrac{2}{2}kT$ である。よって、n モルの気体の温度が T [K] のとき、全分子のエネルギー和は $U=\left(\dfrac{1}{2}m\langle v^2\rangle+\dfrac{1}{2}I\langle\omega^2\rangle\right)\times nN_A=\dfrac{3}{2}kT+\dfrac{2}{2}kT$ となるので、気体の内部エネルギーは

$U=\dfrac{5}{2}nRT$ と表すことができる。

1　回転運動の運動エネルギー：　$K=\dfrac{1}{2}I\omega^2$ で表される回転運動の運動エネルギーで、質量が1点に集中しているため、慣性モーメント I がゼロとなるため、回転運動の運動エネルギーもゼロとなる。

2　2原子分子の場合、回転については、の2軸を考えればよい（原子を結ぶ軸での回転は慣性モーメントがゼロ）ので、自由度は2となる。並進運動では、x, y, z の3軸を考えるので自由度は3になる。なお、立体構成となる多原子分子の場合は、回転の自由度は3になる。